Влияние классических шумов на формирование запутанных состояний в неравновесных квантовых системах

В. О. Мартынов,* В. А. Миронов, Л. А. Смирнов
Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук
Россия, 603950, г. Нижний Новгород. ГСП - 120, ул. Ульянова, 46

В данной работе рассматривается процесс формирования высокотемпературных запутанных состояний в системе двух параметрически связанных квантовых осцилляторов в условиях частично когерентной накачки. Показано, что наличие шумов в накачке оказывает существенное влияние на динамику системы. Они накладывают ограничение на температуру, при которой формируются запутанные состояния, определяют время жизни запутанности в системе.

PACS: 03.65.Yz , 42.65.Lm, 03.67.Bg. УДК: 530.145.1.
Ключевые слова: открытые квантовые системы, параметрические процессы, квантовая запутанность.

В последнее время физика запутанных состояний квантовых систем превратилась в междисциплинарное научное направление на стыке квантовой оптики, физики квантовой информации и физических основ квантовой механики. Широкое распространение получило отношение к запутанным состояниям как к особому нелокальному квантовому ресурсу, который находит широкое применение в квантовой криптографии, квантовой теории информации, физике квантовых вычислений, метрологии [1, 2]. Основным препятствием на пути практического применения этого ресурса является декогеренция. В общем случае потеря квантовой когерентности (и, как следствие, разрушение запутанных состояний) обусловлена взаимодействием рассматриваемой подсистемы с окружением, обладающим большим числом степеней свобод (например, тепловым резервуаром). Стоит особо подчеркнуть, что скорость процесса декогеренции увеличивается с ростом температуры. В последние годы интенсивно обсуждается возможность сохранения запутанности в течение продолжительного времени при конечных температурах в активных системах за счет постоянного потока энергии [3]. В частности, в работах [4–7] рассматривались задачи о двух связанных осцилляторах в условиях развития параметрической неустойчивости. В отличие от упомянутых выше статей [4–7] в данной работе рассматриваются особенности формирования высокотемпературных запутанных состояний в условиях частично когерентной накачки. Наличие связанных с накачкой дополнительных шумов существенным образом влияет на статистические процессы в классических параметрических системах [8]. В квантовом случае такие шумы приводят к заметному уменьшению эффективности генерации неклассических состояний частиц [9, 10].

Рассмотрим два линейно связанных идентичных квантовых гармонических осциллятора с одинаковыми собственными частотами ω и соответствующими операторами уничтожения (рождения) $\hat{a}_1$ ($\hat{a}_1^\dagger$) и $\hat{a}_2$ ($\hat{a}_2^\dagger$). По аналогии с исследуемой в работе [4] задачей, предположим, что каждый из осцилляторов взаимодействует со своим собственным окружением, обладающим большим числом степеней свобод, т. е. помещен в отдельный независимый тепловой резервуар, представляющий собой ансамбль невзаимодействующих осцилляторов. В этом случае эволюция всей системы определяется гамильтонианом, который можно записать в виде суммы трех слагаемых:

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_I. \tag{1}$$

Здесь

$$\hat{H}_S = \sum_{j=1,2} \hbar\omega \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{\hbar\omega}{2} c\left(t\right) \left(\hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger\right) \left(\hat{a}_2 + \hat{a}_2^\dagger\right) \tag{2}$$

представляет собой оператор Гамильтона для интересующей нас подсистемы из двух осцилляторов с зависящим от времени t коэффициентом связи $c(t)$. Далее в качестве $c(t)$ выберем функцию, которая изменяется почти по гармоническому закону:

$$c\left(t\right) = \varepsilon \cos\left(\Omega t + \varphi\left(t\right)\right), \tag{3}$$

с амплитудой колебаний εи частотой Ω, близкой к значению 2ω. В отличие от [4], где рассматривалась идеальная ситуация когерентного монохроматического воздействия, учтем фазовые флуктуации $\varphi\left(t\right)$ в коэффициенте связи (3), которые естественным образом возникают в реальных системах. При этом предположим, что случайная фаза $\varphi\left(t\right)$ имеет нулевое среднее и представляет собой винеровский процесс, у которого производная (в обобщенном смысле) $\dot{\varphi}\left(t\right)$ является нормальным белым шумом со спектральной шириной D [9]. Оставшиеся слагаемые в (1) ($\hat{H}_B$ и $\hat{H}_I$) представляют собой гамильтониан тепловых резервуаров и гамильтониан взаимодействия резервуаров с рассматриваемой системой двух осцилляторов:

$$\begin{aligned} \hat{H}_B &= \sum_{j=1,2} \sum_{k=1}^{+\infty} \hbar\omega_{jk} \hat{b}_{jk}^\dagger \hat{b}_{jk} \\ \hat{H}_I &= \sum_{j=1,2} \sum_{k=1}^{+\infty} \hbar g_{jk} \left(\hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger\right) \left(\hat{b}_{jk} + \hat{b}_{jk}^\dagger\right). \end{aligned} \tag{4}$$

*E-mail: martvo@appl.sci-nnov.ru

Взаимодействие с резервуаром приводит к тому, что добротность Q у осцилляторов становится конечной. Величина добротности определяет, в частности, влияние шумов резервуара на динамику системы. Все дальнейшие результаты приведены для величины добротности $Q = 5000$.

Для определения степени запутанности системы мы используем логарифмическую отрицательность E_N [11]. В качестве начального состояния рассматривается термодинамически равновесное, и, следовательно, состояние системы остается гауссовым в последующем. В этом случае вычисление логарифмической отрицательности основано на определении средних: $\langle \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle$, $\langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_m \rangle$; $n, m = 1, 2$, с последующим построением ковариационной матрицы, спектральные свойства которой и определяют выбранную меру запутанности. Для вычисления необходимых величин мы используем формализм Гейзенберга-Ланжевена [9] в приближении вращающейся волны. Для резервуаров делается широко используемое предположение о марковости.

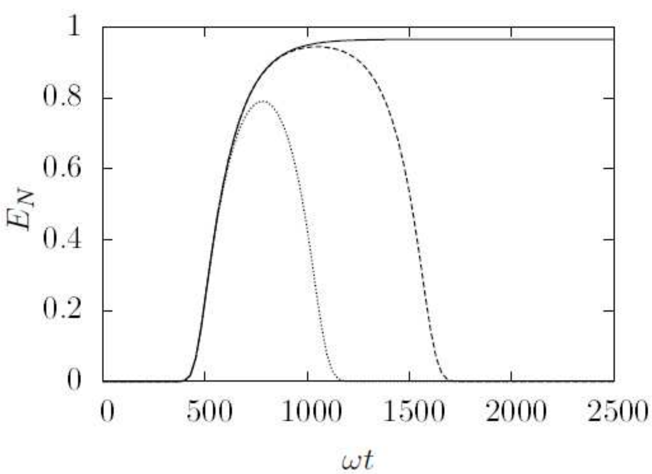

Рис. 1: Динамика логарифмической отрицательности системы при трех значениях спектральной ширины шума накачки: сплошная линия — абсолютно когерентная накачка $D/\omega = 0$; штрихованная линия — $D/\omega = 10^{-10}$, пунктирная линия — $D/\omega = 10^{-8}$; для всех линий температура системы соответствует $n_T = 10$, $\varepsilon = 0.016$

Расчеты показали, что динамка системы качественно не зависит от частотной отстройки до тех пор, пока система находится в условиях развития параметрической неустойчивости. Для определенности мы приведем результаты для случая точного резонанса ($\Omega = 2\omega$).

В случае когерентной накачки результаты нашего расчета совпадают с соответствующими данными в работе [4]. Пример динамики логарифмической отрицательности E_N системы приведен на рис. 1 (сплошная линия). Как обсуждалось в [4], запутанность в системе появляется спустя некоторое время, зависящее от температуры окружения. Такое поведение связанно с тем, что в качестве начального состояния выбирается термодинамически равновесное. Дальнейший рост логарифмической отрицательности заканчивается выходом на стационарное состояние, которое может существовать сколь угодно долго. Большей температуре резервуара (или меньшей амплитуде параметрической накачки) соответствует меньшее стационарное значение E_N. Существует критическое значение температуры, определяемое соотношением:

$$n_T = \frac{Q\varepsilon}{4}, \qquad (5)$$

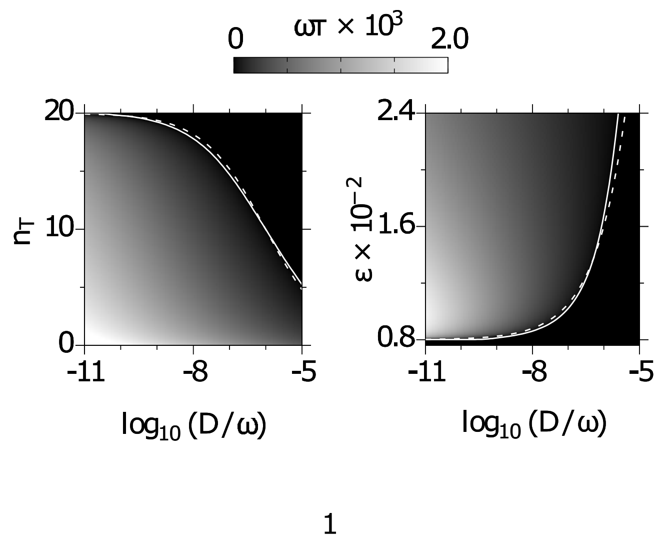

Рис. 2: (a) Распределение времени жизни запутанности в системе в зависимости от температуры окружения, определяемой n_T, и спектральной ширины шума D; амплитуда накачки фиксирована и равна $\varepsilon = 0.016$. (b) Распределение времени жизни запутанности в системе в зависимости от амплитуды параметрической накачки ε и спектральной ширины шума D, при фиксированной температуре, для которой $n_T = 10$

при превышении которой запутанность в системе не формируется. n_T — число равновесных бозонов при температуре T. Наличие шума в накачке (штрихованная и пунктирная линии на рис. 1) приводит к тому, что с некоторого момента времени запутанность в системе пропадает, и чем сильнее шум, тем быстрее это происходит. Определим в качестве времени жизни запутанности системы τ время, в течение которого логарифмическая отрицательность строго отлична от нуля. Для некоторого значения спектральной ширины шума запутанность в системе перестает возникать (время жизни обращается в ноль). Это видно по рис. 2(а), на котором представлено распределение времени жизни запутанности в пространстве параметров температура–спектральная ширина шума при фиксированной амплитуде накачки ε. На этом же рисунке сплошная белая линия отделяет область параметров, для которых время жизни запутанности равно нулю. Соответствующее максимальное значение равновесного числа квантов $n_T = 20$ отвечает критической температуре (5) для заданной амплитуды накачки $\varepsilon = 0.016$.

Видно, что по мере приближения к критической температуре требование на степень когерентности накачки возрастает.

На рис. 2(б) представлено распределение времени жизни запутанности в пространстве параметров амплитуда накачки — спектральная ширина шума при фиксированной температуре. Минимальное значение амплитуды накачки $\varepsilon = 0.008$ является пороговым, так как для нее значение $n_T = 10$, при котором построено данное распределение, соответствует критической температуре. На этом рисунке белая сплошная линия, как и выше, отделяет область параметров, при которых запутанные состояния в системе не формируются. Критерий (5), определяющий области параметров, при которых формируются запутанные состояния, необходимо модифицировать для случая частично когерентной накачки. Для случая, когда спектральная ширина шума $D/\omega < 10^{-6}$, с высокой достоверностью можно использовать следующий критерий:

$$n_T = \frac{Q\varepsilon}{4} f\left(\frac{D}{\omega}\right),\ f(x) = \frac{1}{1000\sqrt{x}+1}, \tag{6}$$

Граница, определяемая критерием (6), представлена на рис. 2 белой штрихованной линией.

В заключение приведем основные результаты данной работы. Во-первых, шумы в накачке двух параметрически связанных осцилляторов ограничивают время жизни запутанности в системе. Во-вторых, в условиях частично когерентной накачки снижается критическая температура, выше которой запутанные состояния в системе не формируются.

Работа выполнена при поддержке поддержке РФФИ (грантов № 16-32-00750 и № 14-29-07152).

[1] *Bouwmeester D., Ekert A. K., Zeilinger A.* The physics of quantum information: quantum cryptography, quantum teleportation, quantum computation. New York: Springer, 2000.

[2] *Nielsen M. A., Chuang I. L.* Quantum computation and quantum information. New York: Cambridge University Press, 2000.

[3] *Vedral V.* / Nature. **468**, N 7325. P. 769. (2010).

[4] *Galve F., Pachyn L. A., Zueco D.* Phys. Rev. Lett. **105**, N 18. (2010).

[5] *Schmidt R., Stockburger J. T., Ankerhold J.* Phys. Rev. A. **88**, N 5. (2013).

[6] *Roque T. F., Roversi J. A.* Phys. Rev. A. **88**, N 3. (2013).

[7] *Chen R.-X.* et. al. Phys. Rev. A. **91**, N 1. (2015).

[8] *хманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.

[9] *Scully M. O., Zubairy M. S.* Quantum optics. New York: Cambridge University Press, 1997.

[10] *Yu T., Eberly J. H.* Optics Communications. **264**, N 2. P. 393. (2006).

[11] *Vidal G., Werner R. F.* Phys. Rev. A. **65**, N 3. (2002).

Effect of the classic noise on entangled states formation in nonequilibrium quantum systems

V. O. Martynov[a], **V. A. Mironov, L. A. Smirnov**

Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences
46 Ul'yanov Street , 603950, Nizhny Novgorod, Russia
E-mail: [a]martvo@appl.sci-nnov.ru

In this paper, the process of formation of high-temperature entangled states in a system of two coupled quantum parametric oscillators with a partially coherent pumping is considered. It is shown that the presence of noise in the pump has a significant impact on the dynamics of the system. It imposes a limit on the temperature at which the entangled states are formed, determines the lifetime of entanglement in the system.

PACS: 03.65.Yz , 42.65.Lm, 03.67.Bg.
Keywords: open quantum systems, parametric processes, quantum entanglement.

Сведения об авторах

1. Мартынов Виталий Олегович — аспирант, тел.: (930) 808-04-39, e-mail: martvo@appl.sci-nnov.ru.
2. Миронов Вячеслав Александрович — канд. физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник; тел.: (831) 416-48-91, e-mail: Sher@appl.sci-nnov.ru.
3. Смирнов Лев Александрович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (831) 416-48-91, e-mail:smirnov_lev@appl.sci-nnov.ru.