

Вырождение гибридных мод в сверхразмерном периодическом волноводе вблизи частоты π -вида моды E_{01}

В. М. Пикунов*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

В работе рассматривается эффект вырождения несимметричных гибридных волн в круглом периодическом волноводе вблизи частоты π -вида симметричной моды E_{01} . Этот эффект существенно обостряет конкуренцию мод в черенковских электронных устройствах на сверхразмерных волноводах.

PACS: 84.40.Fe., 84.70.+p УДК: 621.385.69

Ключевые слова: аксиально-симметричный периодический сверхразмерный волновод, несимметричные гибридные волны, π -вид, конкуренция мод.

В настоящее время, для генерации мощного когерентного черенковского излучения, часто используют аксиально-симметричные замедляющие структуры (ЗС) на основе диафрагмированных волноводов и рабочую моду E_{01} . В качестве источника электронов в таких системах используются сильноточные электронные ускорители с энергией частиц 0.5–10 МэВ и токами от единиц до десятков килоампер. Одним из способов реализации параметров таких электронных пучков является переход к сверхразмерным ЗС, когда $D/\lambda \gg 1$, D — диаметр волновода, λ — рабочая длина волны.

В работе рассматривается один из возможных механизмов конкуренции мод вблизи π -вида симметричной рабочей моды E_{01} .

Воспользуемся неполным методом Галеркина и сведем систему уравнений Максвелла в гофрированном волноводе, с учетом граничных условий к матричной задаче Коши для линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими коэффициентами [1, 2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\mathbf{W}}}{dz} = \hat{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{W}}, \quad z \in [0, d], z \neq z_{irr}, \\ \hat{\mathbf{W}}(z_{irr} + 0) = \hat{\mathbf{T}}^{\pm}\hat{\mathbf{W}}(z_{irr} - 0), \quad z = z_{irr} \\ \hat{\mathbf{W}}(0) = \hat{\mathbf{E}}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $\hat{\mathbf{W}}(z)$ — матрицант амплитуд электромагнитных волн, $\hat{\mathbf{F}} = \hat{\mathbf{A}} + \frac{1}{r'_w} \frac{dr_w}{dz} \hat{\mathbf{R}} + \left(\frac{dr_w}{dz}\right)^2 \hat{\mathbf{R}}_1$ — периодическая матрица взаимодействия электромагнитных полей, $\hat{\mathbf{A}}$ — матрица электромагнитных полей гладкого волновода, $\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{R}}_1$ — матрицы дифракции на неоднородностях периодического волновода, $\hat{\mathbf{E}}$ — единичная матрица, $\hat{\mathbf{T}}^{\pm}$ — матрица трансформации электромагнитных полей в точках скачков z_{irr} радиуса волновода при рассмотрении периодического волновода с диафрагмами в виде полуторов на пьедестале, все матри-

цы квадратные, размера $N_F \times N_F$, N_F — размерность матрицы Коши, d — период периодического волновода.

При численной реализации нахождения матрицы монодромии $\hat{\mathbf{W}}(d)$ для задачи (1) с периодическими коэффициентами, рассмотрим неравномерное разбиение отрезка $[0, d]$:

$$\begin{aligned} 0 = z_0 < z_1 < \dots < z_q < \dots < z_Q = d, \\ \Delta_q = (z_q - z_{q-1}), \quad 1 \leq q \leq Q, \end{aligned} \quad (2)$$

и вычислим мультипликативный интеграл вида:

$$\hat{\mathbf{W}}(d) = \hat{\mathbf{W}}(0) \prod_{q=1}^Q \exp \{ \mathbf{F}((z_q + z_{q-1})/2) \Delta_q \}. \quad (3)$$

Для нахождения постоянных распространения k_{zn} , $n \in \overline{1, N_F}$ воспользуемся теоремами Флоке–Ляпунова и Флоке [3], и запишем задачу на собственные значения [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\hat{\mathbf{W}}(d) - \Lambda_n \hat{\mathbf{W}}(0)) \bar{\mathbf{e}}_n = 0, \\ ik_{zn} d = Ln(\Lambda_n), \end{array} \right. \quad (4)$$

где $\bar{\mathbf{e}}_n$ — собственный вектор электромагнитных волн, необходимая ветвь комплекснозначной функции $Ln(\Lambda_n)$ определяется из физического содержания задачи.

При численном исследовании образования гибридных мод, рассмотрим одномодовую ЗС с синусоидальной гофрировкой и геометрическими параметрами, из [4]. На рис. 1 показан механизм образования π -вида для симметричной моды E_{01} (а) и несимметричной гибридной моды HE_{11} (б) при изменении высоты гофра h . В случае значений высоты гофра $h > 0$, происходит взаимодействие несимметричных мод регулярного круглого волновода E_{11} и H_{11} на неоднородностях волновода и образовании гибридной моды HE_{11} (см. рис. 1а), имеющей все 6 компонент электромагнитного поля.

Вычислялись дисперсионные характеристики несимметричных гибридных собственных волн, с различными азимутальными индексами ν для сверхразмерной

*E-mail: vmpikunov@mail.ru

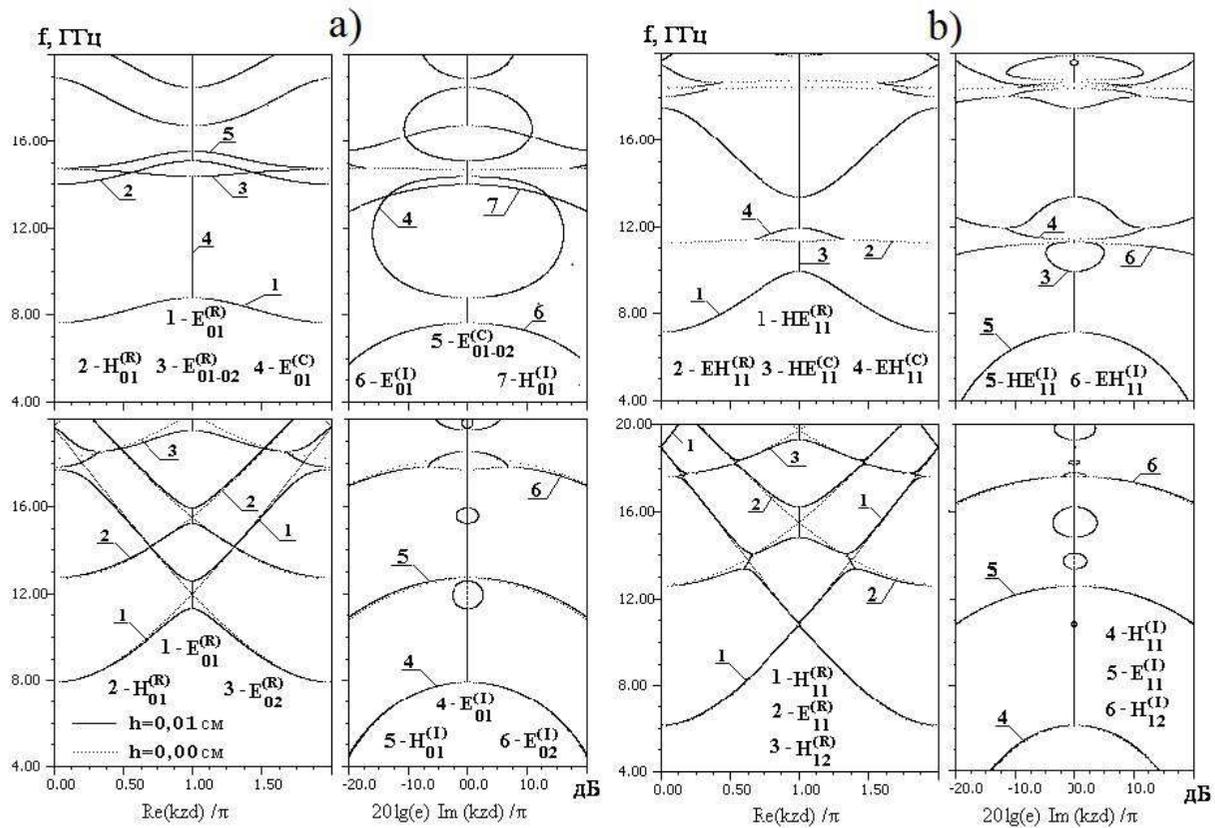


Рис. 1: а) Трансформация волн с азимутальным индексом $\nu = 0$ при изменении высоты гофра: $h = 0$ см — пунктир и $h = 0.01$ см — сплошная линия, (нижний рисунок); $h = 0.445$ см — (верхний рисунок). б) Реальная и мнимая части ДД для волн с азимутальным индексом $\nu = 1$, при изменении высоты гофра: $h = 0$ см — пунктир и $h = 0.01$ см — сплошная линия, (нижний рисунок); $h = 0.445$ см (верхний рисунок)

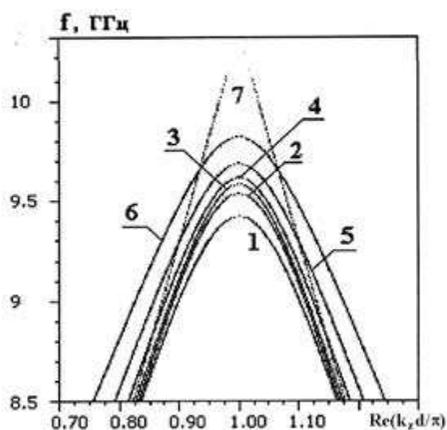


Рис. 2: Дисперсионные диаграммы сверхразмерного периодического волновода $D/\lambda = 4$. 1 — мода E_{01} ; (2–6) — моды $HE_{\nu 1}$, $\nu = 1.5$; 7 — линии скорости света

ЗС с $D/\lambda \approx 4$ из [5], на основе полупроводников на пьедесталах, которая использовалась для создания многоволновых черенковских генераторов (МВЧГ), рис. 2. Поскольку вблизи π -вида моды E_{01} проходят ветви π -видов гибридных несимметричных мод $HE_{\nu 1}$, $\nu = 1.5$, мало отличающиеся по частоте от частоты π -вида моды E_{01} , то можно говорить о частотном вырождении несимметричных гибридных замедленных волн с различными азимутальными индексами при $D/\lambda \gg 1$.

Такое вырождение замедленных несимметричных гибридных волн существенно обостряет конкуренцию мод в электронных черенковских устройствах [5] и является одной из серьезных проблем, возникающей при создании мощных микроволновых электронных устройств на сверхразмерных ЗС с аксиальной симметрией [6].

[1] Лузянин Д.Б., Пикунов В.М. / Радиотехника и электроника. **36**, № 1. С. 141. (1991).

[2] Пикунов В.М., Свешников А.Г. Математическое моделирование задач сильнооточной релятивистской плазмы

менной СВЧ электроники. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия Б. Справочные приложения, базы и банки данных. Том VII-1. Математическое моделирование в низкотемпературной плазме. Часть 2. С. 534. Под редакцией Ю. П. Попова, Москва, ЯНУС-К, 2008.

[3] Якубович В. А., Старжинский В. М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М., 1972.

[4] Tanaka K., Minami K., Zheng X., Carmel Y., Vlasov A. N., Granatstein V. L. IEEE Trans. on Plasma Sci. **26**. N 3, P. 940. (1998).

[5] Deichuly M. P., Koshelev V. I., Pikunov V. M., Popov V. A. AIP Conf. Proc. **650**. P. 475. Melville, New York, 2002.

[6] Дейчули М. П., Кошелев В. И. Радиотехника и электроника. **58**, № 8. С. 829. (2013).

Degeneration of hybrid modes in an overmoded periodic waveguide near π -type frequency of E_{01} mode

V. M. Pikunov

Department of Mathematics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

E-mail: vmpikunov@mail.ru

The paper deals with the effect of the degeneration of asymmetric hybrid waves in a circular periodic waveguide near the frequency of π -type the symmetric mode E_{01} . This effect greatly intensifies on competition modes in the Cherenkov electronic devices on overmoded waveguides.

PACS: 84.40.Fe, 84.70.+p

Keywords: axially symmetric periodic overmoded waveguide, asymmetric hybrid waves, π -type, competition of modes.

Сведения об авторе

Пикунوف Виктор Михайлович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-10-33, e-mail: vmpikunov@mail.ru.