Исследование динамики супергауссовых импульсов в дисперсионной среде.

А. Н. Бугай,[1*] В. А. Халяпин[2,3†]

[1]Объединенный институт ядерных исследований
Россия, 141980, Дубна, Московская область, ул. Жолио–Кюри, д. 6

[2]ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет»,
факультет фундаментальной подготовки, кафедра физики
Россия, 236000, Калининград, Советский проспект, д. 1

[3]Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта,
физический факультет, кафедра телекоммуникаций
Россия, 236041, Калининград, ул. А. Невского, д. 14.

Получена система уравнений, описывающая динамику параметров супергауссового импульса, распространяющегося в изотропном диэлектрике как в области нормальной, так и аномальной дисперсии групповой скорости.

PACS: 42.65.Tg УДК: 535.36
Ключевые слова: супергауссовый импульс, дисперсия.

В настоящей работе предложен подход описания динамики импульсов, форма которых отличается от колоколообразной. В качестве примера будем рассматривать эволюцию супергауссовых импульсов в изотропном диэлектрике. Уравнение, описывающее распространение таких импульсов имеет вид [1].

$$\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}-\frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3\psi}{\partial\tau^3}=0. \tag{1}$$

Здесь $\tau=t-z/v_g$ — время в сопутствующей системе координат, v_g — групповая скорость импульса z — ось, вдоль которой распространяется сигнал, β_2 — коэффициент групповой дисперсии, β_3 — положительный параметр, определяющий дисперсию третьего порядка. Коэффициент β_2 положителен, если центральная частота импульса лежит в области аномальной дисперсии групповой скорости и отрицателен в противоположном случае Анализ динамики параметров импульса проводится на основе метода моментов. Определим моменты импульса с помощью следующих выражений [2]

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2\,d\tau, \tag{2}$$

$$C=\frac{i}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau-T)\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right)d\tau, \tag{3}$$

$$\sigma^2=\frac{1}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau-T)^2|\psi|^2\,d\tau, \tag{4}$$

$$n=\frac{1}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|\psi|^2}\left(\psi^*\psi_\tau+\psi\psi^*_\tau\right)\tau^2d\tau-\frac{1}{2}, \tag{5}$$

$$T=\frac{1}{E}\int_{-\infty}^{\infty}(\tau-T)|\psi|^2\,d\tau, \tag{6}$$

где E — энергия импульса, σ — его длительность, C — определяет модуляцию частоты, n — степень супергауссового импульса, T — характеризует поправку к групповой скорости.

Огибающую поля запишем следующим образом

$$\psi=B\exp\left[-\frac{1}{2}\left|\frac{(\tau-T)}{\tau_p}\right|^{2n}+ i\left(\varphi-\frac{C}{2}\left(\frac{(\tau-T)}{\tau_p}\right)^{2n}\right)\right]. \tag{7}$$

Здесь B — амплитуда сигнала, φ — параметр, определяющий добавку к фазовой скорости. Из (2)–(6) с учётом (7) и (1) получаем систему уравнений на параметры импульса

$$E_z=0, \tag{8}$$

$$\left(\sigma^2\right)_z=\beta_2C, \tag{9}$$

$$C_z=2\beta_2\left(1+C^2\right)\Gamma\left(\frac{4n-1}{2n}\right)\frac{n^2}{\tau_p^2\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}, \tag{10}$$

$$T_z=\frac{\beta_3}{2}\frac{\left(1+C^2\right)n^2}{\tau_p^2\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}\Gamma\left(\frac{4n-1}{2n}\right), \tag{11}$$

$$n_z=-\frac{8\beta_2Cn^3(n-1)}{\tau_p^2\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}\Gamma\left(\frac{4n-1}{2n}\right), \tag{12}$$

где

$$E=\frac{B^2\tau_p}{n}\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right),\sigma^2=\frac{\tau_p^2\Gamma\left(\frac{3}{2n}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}. \tag{13}$$

Можно показать, что $\sigma_{zzz}=0$, $C_{zz}=0$, $T_{zz}=0$ [3]. Отсюда следует, что

$$\sigma^2=\sigma_0^2+\left(\sigma_0^2\right)_z z+\left(\sigma_0^2\right)_{zz}\frac{z^2}{2}, \qquad C=C_0+C_{0z}z,\quad T=T_0+T_{0z}z, \tag{14}$$

*E-mail: bugay_aleksandr@mail.ru
†E-mail: slavasxi@gmail.com

Здесь и далее индекс «0» определяет значение соответствующего параметра на входе в среду ($z = 0$). Из (4), (7), (14) получаем выражение для длительности сигнала

$$\left(\frac{\tau_p}{\tau_{p0}}\right)^2 = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2n}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2n}\right)}\left(\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2n_0}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2n_0}\right)} + \frac{\beta_2 C_0 z}{\tau_{p0}} + \right.$$
$$+\frac{z^2\left(1+C_0^2\right)n_0^2}{2\tau_{p0}^4\Gamma\left(\frac{1}{2n_0}\right)}\left(2\beta_2^2\Gamma\left(\frac{4n_0-1}{2n_0}\right) + \right.$$
$$+\frac{\beta_3^2}{\tau_{p0}^2}\left((2n_0-1)\Gamma\left(\frac{4n_0-3}{2n_0}\right)\left(\frac{3}{8}\left(1+C_0^2\right)(4n_0-3) - \right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\left.-n_0+1\right) - \frac{\left(1+C_0^2\right)n_0^2}{2\Gamma\left(\frac{1}{2n_0}\right)}\Gamma^2\left(\frac{4n_0-1}{2n_0}\right)\right)\right)\right). \quad (15)$$

Из (10), (11), (7), (14) находим

$$C = C_0 + 2\beta_2\left(1+C_0^2\right)\Gamma\left(\frac{4n_0-1}{2n_0}\right)\frac{n_0^2}{\tau_{p0}^2\Gamma\left(\frac{1}{2n\,0}\right)}z, \quad (16)$$

$$T = \frac{\beta_3}{2}\frac{\left(1+C_0^2\right)n_0^2}{\tau_{p0}^2\Gamma\left(\frac{1}{2n_0}\right)}\Gamma\left(\frac{4n_0-1}{2n_0}\right)z. \quad (17)$$

Здесь мы учитывали, что на входе в среду $T_0 = 0$.

Из (10), (12) можно получить явное решение и для параметра супергауссовости импульса

$$n = \frac{n_0\left(1+C^2\right)^2}{n_0\left(1+C^2\right)^2 - (n_0-1)\left(1+C_0^2\right)^2}, \quad (18)$$

где C описывается выражением (16). Из (18) следует, что супергауссовый импульс по мере своего распространения стремиться к гауссовой форме ($n \to 1$). Известно, что в дальне зоне дисперсии профиль импульса приобретает форму, определяемую спектром входного сигнала. Такой импульс называется «спектрон» [4]. Отсюда следует, что исходный супергауссовый разбивается на серию импульсов, причем центральный превосходит боковые (что аналогично дифракции на щели). Исходная пробная функция (7) не допускает таких решений и выражение (18) можно рассматривать как приближенное. Выражение (12) показывает, что деформация профиля импульса происходит за счет коэффициента групповой дисперсииβ_2. Отсюда следует, что в области нулевой дисперсии групповой скорости вышеотмеченного разбиения импульса наблюдаться не будет. Мы предполагаем обобщить данный подход на случай обобщенного нелинейного уравнения Шредингера.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-02-00453а).

[1] *Кившарь Ю. С., Агравал Г. П.* Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов. М.: Наука, 2005.
[2] *Santhanam J.* Opt.Commun. A. **222**. P. 413. (2003).
[3] *Anderson D., Lisak M.* Physical Review A. **35**. P. 184. (1987).
[4] *Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю.* Задачи по статистической радиофизике и оптике. М.: Изд-во МГУ, 1985.

Study of super-Gaussian pulses dynamics in dispersive media

A. N. Bugai[1,a], **V. A. Khalyapin**[2,3,b]
[1]*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 141980, Russia*
[2]*Kaliningrad State Technical University, faculty of fundamental preparation, Faculty of Physics, Kaliningrad 236000, Russia*
[3]*Kaliningrad, Immanuel Kant Baltic Federal University, Department of physics, Faculty of telecommunications Kaliningrad, 236041 Russia*
E-mail: [a]*bugay_aleksandr@mail.ru*, [b]*slavasxi@gmail.com*

The system of the equations describing dynamics of parameters of the super-Gaussian pulse propagating in isotropic dielectric as in the field of normal, and abnormal dispersion of group speed is received.

PACS: 42.65.Tg
Keywords: super–Gaussian pulse, dispersion.

Сведения об авторах

1. Халяпин Вячеслав Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики; e-mail: slavasxi@gmail.com.
2. Бугай Александр Николаевич — канд. физ.-мат. наук, начальник сектора; тел.: (495) 216-21-47, e-mail: bugay_aleksandr@mail.ru.