

Модель акустической дважды отрицательной среды и преломление в ней двумерных волновых пакетов

К. В. Дмитриев*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Предложен пример механической системы, обладающей в определенной полосе частот свойствами дважды отрицательной среды. Получены аналитические выражения для частотной зависимости его эффективной плотности и сжимаемости. Приведены результаты численного моделирования прохождения импульса через слой такой среды в двумерном случае. Показано наличие отрицательного преломления при выполняющемся принципе причинности.

PACS: 43.20.+g, 43.35.+d, 43.60.+d.

УДК: 534.2, 517.4

Ключевые слова: дважды отрицательные среды, эффективные параметры, дисперсия, отрицательное преломление.

В ряде предыдущих работ, выполняемых в различных научных группах [1–3], было показано, что на роль сред, обладающих в акустике свойствами «левых сред» подходят метаматериалы, содержащие в основе своей конструкции резонансные элементы двух типов. Первый резонанс, монопольного типа, оказывает влияние на эффективную сжимаемость, а второй, дипольного типа, — на эффективную плотность среды. Для того чтобы среда вела себя как дважды отрицательная, необходимо подобрать параметры конструкции метаматериала таким образом, чтобы в некоторой полосе частот действительная часть обоих эффективных параметра была отрицательной, а мнимая часть была много меньше действительной. Если этого удастся достичь лишь для одного из параметров, распространение волны будет сопровождаться сильным затуханием.

В качестве возможной модели такой среды можно рассмотреть следующую конструкцию (рис. 1). Она представляет собой прямую трубу с площадью сечения S_c , разделенную легкими перегородками с коэффициентом упругости κ на ячейки. На единицу длины приходится N_c ячеек. К каждой ячейке прикреплен резонатор Гельмгольца объема V_r , длина и площадь горловины которого равны соответственно h_r и S_r . Рассматривается распространение в такой системе (вдоль оси x) акустической волны, такой, что ее длина λ существенно превышает N_c^{-1} . Это обстоятельство позволяет рассматривать систему как сплошную среду и записать уравнения движения, включающие эффективные параметры.

Для рассматриваемой конструкции при зависимости полей от времени вида $\sim \exp(-i\omega t)$ эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial p}{\partial x} - i\omega v \rho \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) = 0, \quad (1)$$

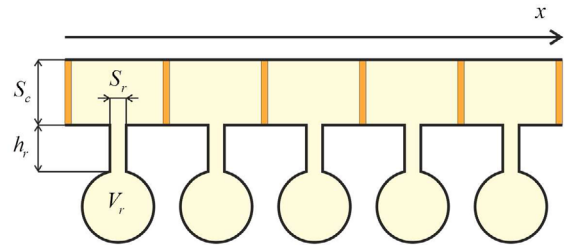


Рис. 1: Иллюстрация системы, которая может описываться отрицательной эффективной плотностью и сжимаемостью

$$\frac{\partial v}{\partial x} - i\omega p \eta \left(1 - \frac{N_c V_r}{S_c} \frac{\omega_\eta^2}{\omega_\eta^2 - \omega^2} \right), \quad (2)$$

где v — колебательная скорость, p — акустическое давление, ρ и η — соответственно плотность и сжимаемость заполняющей конструкцию жидкой среды; $\omega_p^2 = \frac{N_c \kappa}{\rho S_c}$ — квадрат собственной частоты продольных колебаний в трубе, обусловленных наличием упругих перегородок; $\omega_\eta^2 = \frac{S_r}{V_r h_r} \frac{1}{\rho \eta}$ — собственная частота колебаний резонатора Гельмгольца [4]. Система уравнений (1, 2) совпадает с системой уравнений гидродинамики в одномерном случае, где эффективная плотность среды равна

$$\rho_{eff} = \rho \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (3)$$

а эффективная сжимаемость —

$$\eta_{eff} = \eta \left(1 - \frac{N_c V_r}{S_c} \frac{\omega_\eta^2}{\omega_\eta^2 - \omega^2} \right). \quad (4)$$

При этом данные уравнения остаются справедливыми для достаточно низких частот, когда выполнено условие $\lambda \gg N_c^{-1}$.

*E-mail: burov@phys.msu.ru

В диапазоне частот $\omega_\rho^2 > \omega^2 > \omega_\eta^2 \left(1 - \frac{N_c V_r}{S_c}\right)$ и эффективная плотность, и эффективная сжимаемость оказываются отрицательны. При этом условие

$$\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{\omega_\rho^2}{2} = \omega_\eta^2 \left(1 - \frac{N_c V_r}{2S_c}\right) \quad (5)$$

обеспечивает «идеальное согласование»: плотность и сжимаемость среды равны по модулю и противоположны по знаку значениям эффективных параметров. Такая возможность существует только на единственной частоте и требует соблюдения определенных соотношений в конструкции.

Описанная система отличается от рассмотренных в литературе похожих систем [5, 6], которые также содержат резонаторы Гельмгольца, тем, что в ней присутствуют упругие перегородки, что вносит резонансный характер в поведение не только эффективной сжимаемости, но и плотности. К достоинствам такой конструкции следует отнести простоту изготовления, а также то, что две резонансные частоты определяются различными параметрами системы, что позволяет относительно просто подобрать их значения так, чтобы получить любые наперед заданные значения эффективных параметров. В этом смысле конструкции, состоящие из элементов, обладающих одновременно и монополюсным, и дипольным резонансами, более «капризны».

Следует отметить, что полученные эффективные параметры (3, 4) зависят от частоты. Это обстоятельство является существенным свойством дважды отрицательных сред, и его необходимо учитывать при рассмотрении распространения волн в таких средах. Связанные с этим эффекты в одномерном случае рассматривались, например, в [7]. В данной работе будут рассматриваться двумерные волновые процессы, связанные с преломлением волновых пакетов на границе дважды отрицательной среды, которая характеризуется заданной частотной зависимостью эффективных параметров (3, 4).

Для рассмотрения волновых процессов в средах, содержащих резонансные степени свободы, в [7] было предложено два подхода. Первый подход основан на разложении падающего волнового пакета на отдельные спектральные составляющие, моделировании распространения каждой из них и последующем суммировании результатов. При этом учитывается определенная ранее зависимость эффективных параметров среды от частоты. В рамках второго подхода было получено нестационарное уравнение типа Липпмана-Швингера для заданных функций отклика среды по плотности и сжимаемости, и аналитически определена соответствующая этому уравнению функция Грина однородной среды. Решение этого уравнения более ресурсоемко, но при этом позволяет рассматривать реакцию системы на отдельные неповторяющиеся во времени импульсы. Результаты двух подходов совпали, с оговор-

кой, что первый из них позволяет рассматривать только периодические процессы. В приложении к двумерному случаю было решено использовать первый подход, поскольку увеличение пространственной размерности влечет за собой существенное увеличение количества вычислений.

Было рассмотрено преломление пучка гауссовой формы, модулированного волновыми пакетами, на границах плоскопараллельной пластины из исследуемой среды, которая характеризуется резонансными функциями отклика по плотности (3) и сжимаемости (4). Временной спектр пакетов имел форму окна Блэкмана с несущей частотой, вдвое превышающей резонансную частоту среды (5), и шириной, равной 0.1 от несущей частоты. При этом эффективные параметры среды близки по модулю и отличаются знаком от фоновых значений. Пучок падал под углом 18° к нормали к поверхности пластины. При этом выявлены некоторые особенности.

Во-первых, показано наличие «фазового» отрицательного преломления, которое заключается в том, что нормали к волновому фронту падающей и преломленной волн лежат по одну сторону относительно нормали к поверхности пластины (рис. 2б, з).

Во-вторых, присутствует «групповое» отрицательное преломление: огибающая импульса преломляется в рассматриваемой среде отрицательным образом (рис. 2б, з). При этом направления вектора Умова-Пойнтинга и групповой скорости совпадают между собой и противоположны направлению фазовой скорости. Таким образом, можно говорить об отрицательной фазовой и положительной групповой скоростях, что является одним из признаков дважды отрицательной среды в электродинамике. В этом смысле, рассмотренная среда с резонансными функциями отклика по плотности и сжимаемости отличается от гипотетической недиспергирующей среды с постоянными отрицательными параметрами, поскольку, как было показано ранее, последняя обладает отрицательными и фазовой, и групповой скоростями.

В-третьих, групповая скорость в рассматриваемой среде ниже фазовой, что обуславливает постепенное проникновение импульсов вглубь слоя, сопровождающееся, как и в одномерном случае, предварительным запасанием энергии во внутренних степенях свободы резонансной среды. Импульс на выходе слоя появляется с задержкой по времени относительно входного импульса, в соответствии с принципом причинности.

Итак, проведенное рассмотрение позволяет показать, с одной стороны, каким образом наличие резонансов двух типов обуславливает частотную зависимость эффективной плотности и сжимаемости среды, при которой эти параметры могут принимать одновременно отрицательные значения. С другой стороны, численное моделирование нестационарных процессов в таких средах в двумерном случае непосредственно иллюстрирует выполнение принципа причинности и ряд свойств,

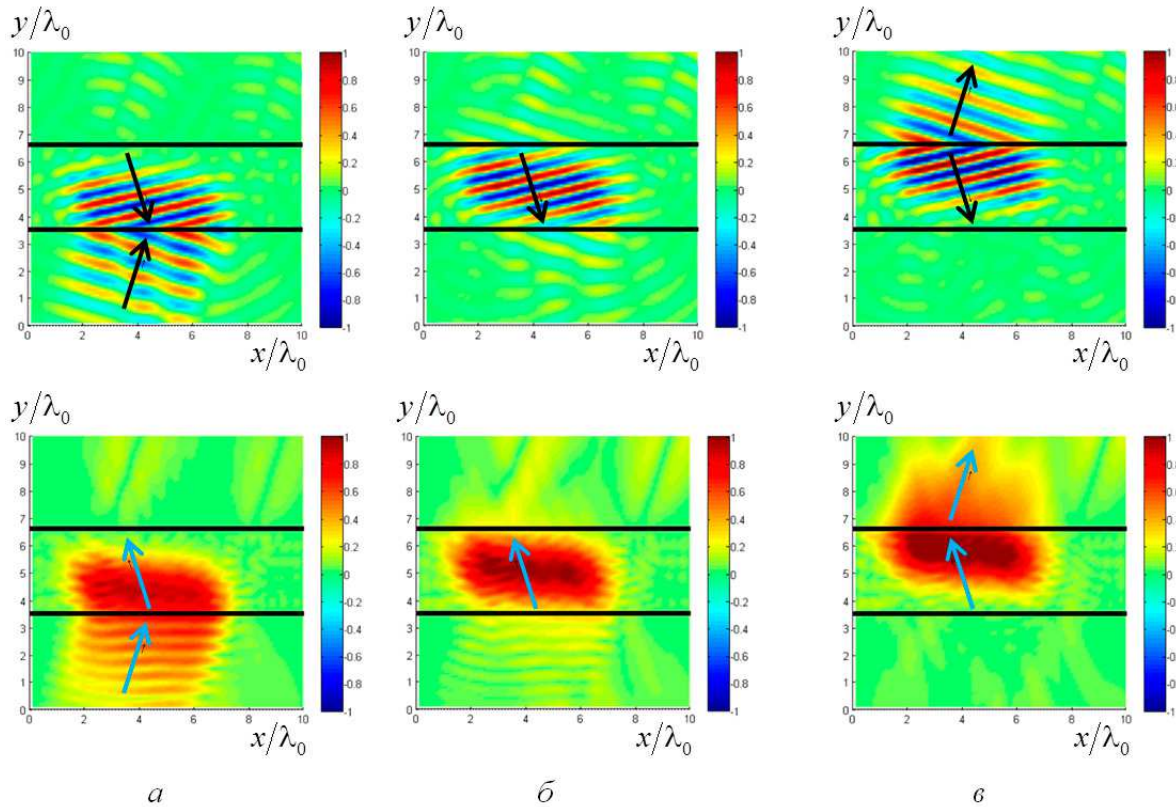


Рис. 2: Распространение импульса под углом к слою среды с резонансными функциями отклика по плотности и сжимаемости в три последовательных момента времени. Границы слоя изображены черными горизонтальными линиями. В верхнем ряду изображений представлена действительная часть поля акустического давления, в нижнем ряду — его модуль. Черные стрелки в верхнем ряду означают направления фазовой скорости, а голубые стрелки в нижнем ряду — направления групповой скорости и потока энергии

присущих левым средам в электродинамике, в частности, наличие отрицательного преломления.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 14-22-00042).

- [1] Буров В.А., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н. Акустич. журн. **55**, № 3. С. 292. (2009).
 [2] Jensen Li, Chan C. T. Phys. Rev. E. **70**, № 5. P. 055602-1. (2004).
 [3] Liu Z.Y. et al. Science. **289**. P. 1734. (2000).
 [4] Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. Университетский курс общей физики. Колебания и волны

- М.: Физический факультет МГУ, 2001.
 [5] Fang N. et al. Nature Materials. **5**, N6. P. 452. (2006).
 [6] Zhang S., Yin L., Fang N. Phys. Rev. Lett. **102**, N 19. P. 194301-1. (2009).
 [7] Буров В.А., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н. Известия РАН. Серия Физическая. **75**, № 12. С. 1745. (2011).

The model of acoustical double negative medium and the refraction of wave packets in it

K. V. Dmitriev

Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia
 E-mail: burov@phys.msu.ru

The example of a mechanical system which behaves like a double negative medium within a certain frequency band is suggested. The analytical expressions for the frequency dependence of its effective density and compressibility are derived. The results of

numerical simulations in the two-dimensional case of an impulse propagating through the layer made of the considered medium are presented. The presence of negative refraction is shown while the causality principle is satisfied.

PACS: 43.20.+g, 43.35.+d, 43.60.+d.

Keywords: double negative media, effective parameters, dispersion, negative. refraction

Сведения об авторе

Дмитриев Константин Вячеславович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: burov@phys.msu.ru.