

## Применение уравнений Навье–Стокса для описания акустического спектра цилиндрического вихря в вязком теплопроводном газе

Т. А. Петрова\* Ф. В. Шугаев†

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра квантовой статистики и теории поля  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2  
(Статья поступила 25.04.2016; Подписана в печать 05.05.2016)

Целью данной работы является применение системы уравнений Навье–Стокса к исследованию осцилляций параметров среды, определению частоты акустического излучения, а также спектра акустических колебаний одиночного цилиндрического вихря в вязком теплопроводном газе (воздухе). Задача решается в приближении малой начальной завихренности.

PACS: 47.10.ad

УДК: 532.516.5

Ключевые слова: уравнения Навье–Стокса, акустическое излучение, вязкий теплопроводный газ.

Целью данной работы является применение системы уравнений Навье–Стокса к исследованию осцилляций параметров среды, определению частоты акустического излучения, а также спектра акустических колебаний одиночного цилиндрического вихря в вязком теплопроводном газе (воздухе). Ось вихря неподвижна относительно плоскости (рис. 1). Задача решается в приближении малой начальной завихренности.

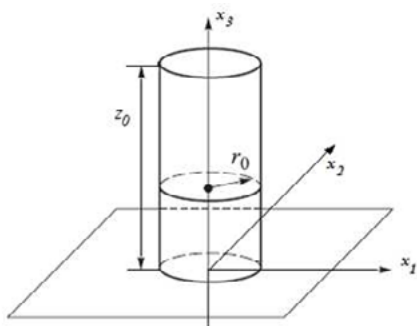


Рис. 1: Схема вихря

Использовано разложение Гельмгольца для вектора скорости на потенциальную и соленоидальную часть [1], разложение неизвестных функций в ряд по степеням малого параметра (завихренности) [2], а также преобразование Фурье. Кратные интегралы вычислены с применением сеток Коробова [3].

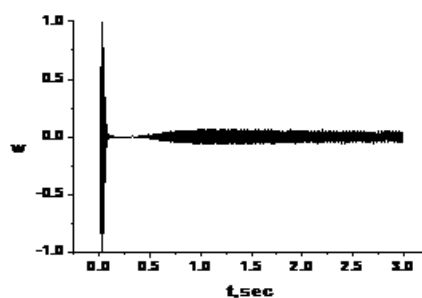
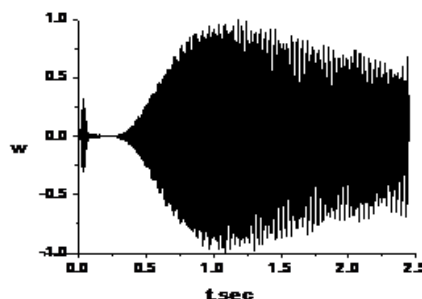
Обнаружено, что за счет диффузии завихренности в вязком теплопроводном газе возникает акустическое излучение. Впервые описан характер колебаний и определен акустический спектр такого излучения для областей внутри и вне исходного цилиндра.

Показано, что процессы в этих областях имеют разный характер.

\*E-mail: tapetrova@physics.msu.ru

†E-mail: shugaev@phys.msu.ru

На рис. 2, 3. представлены колебания плотности для областей внутри цилиндра.

Рис. 2: Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени на оси цилиндра ( $r = 0$ ),  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  смРис. 3: Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени при  $r = r_0/2$ ,  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  см

Акустические спектры, соответствующие рис. 2, 3 изображены на рис. 4, 5.

Для области вне цилиндра (рис. 6) собственные частоты имеют значения 16 Гц и 24 Гц.

Характер колебаний вне цилиндра, для случаев, соответствующих различным коэффициентам подобия, представлен на рис. 7–10.

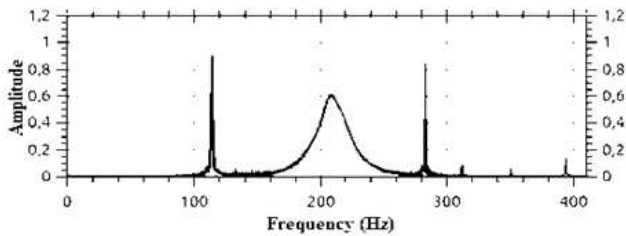


Рис. 4: Спектр колебаний  $w = -\log \rho$  на оси цилиндра ( $r = 0$ ),  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  см

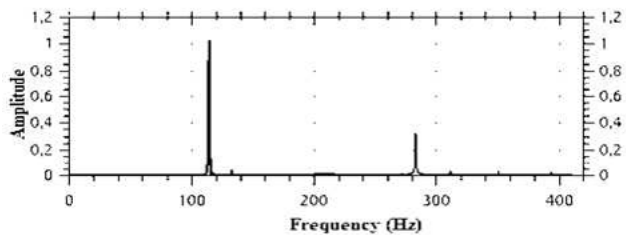


Рис. 5: Спектр колебаний  $w = -\log \rho$  при  $r = r_0/2$ ,  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  см

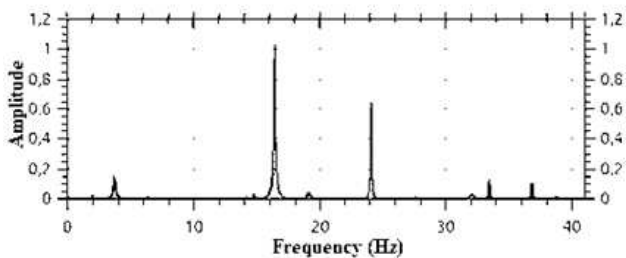


Рис. 6: Спектр колебаний  $w = -\log \rho$  при  $r > r_0$ ,  $r = 1.709$  см,  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  см

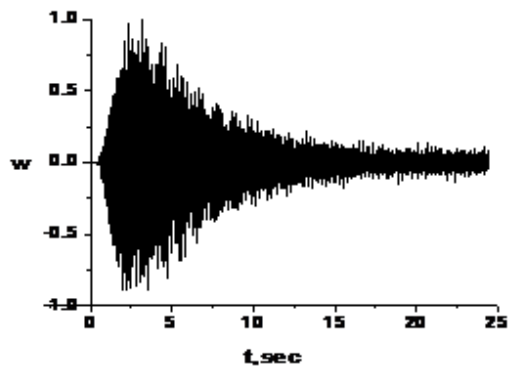


Рис. 7: Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени при  $r > r_0$ ,  $r = 1.709$  см,  $r_0 = 0.188$  см,  $z_0 = 2.909$  см,  $z = 1.7$  см

До сих пор исследователи анализировали генерацию звука при взаимодействии вихрей и взаимодействии вихрь-акустическое излучение. Нами рассмотрена генерация звука одиночным вихрем, возникающая бла-

годаря диффузии завихренности.

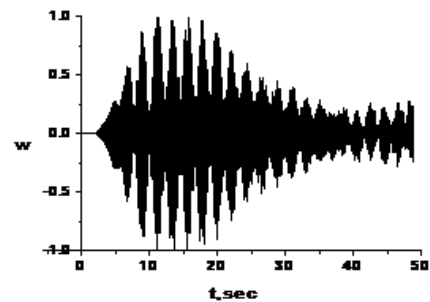


Рис. 8: Коэффициент подобия 2. Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени при  $r > r_0$ ,  $r = 3.418$  см,  $r_0 = 0.376$  см,  $z_0 = 5.818$  см,  $z = 3.4$  см

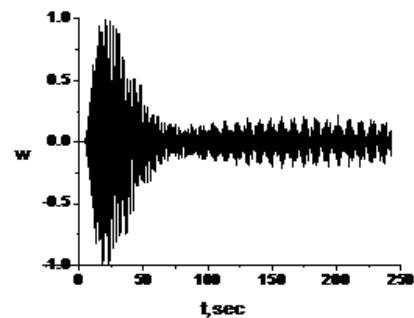


Рис. 9: Коэффициент подобия 3. Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени при  $r > r_0$ ,  $r = 5.127$  см,  $r_0 = 0.564$  см,  $z_0 = 8.727$  см,  $z = 5.1$  см

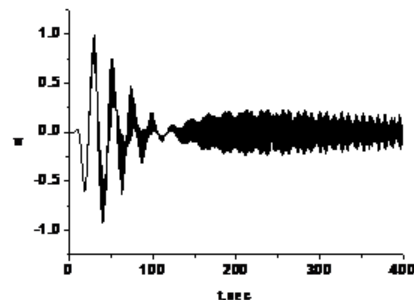


Рис. 10: Коэффициент подобия 4. Зависимость  $w = -\log \rho$  от времени при  $r > r_0$ ,  $r = 6.836$  см,  $r_0 = 0.752$  см,  $z_0 = 11.636$  см,  $z = 6.8$  см

Результаты работы могут представлять интерес для аэроакустики и для моделирования торнадо.

- [1] Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. (М.: ГОНТИ, 1938). N 4, P. 245.)
- [2] Петрова Т. А., Шугаев Ф. В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. №4. С. 31. (2015). (Petrova T. A., Shugaev F. V. *Mosc. Univ. Phys. Bull.* 2015. **70**,
- [3] Коробов Н. М. Теоретико-числовые методы в приближённом анализе. (М.: Наука, 1963).

## Application of the Navier–Stokes equations for description of acoustic spectrum of cylindrical vortex in a viscous heat-conducting gas

T. A. Petrova<sup>a</sup>, F. V. Shugaev<sup>b</sup>

*Department of Quantum statistics and field theory, Faculty of Physics,  
M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>tapetrova@physics.msu.ru, <sup>b</sup>shugaev@phys.msu.ru*

The aim of this work is the application of the system of Navier–Stokes equations to the study of oscillation parameters of the gas, determining the frequency of the acoustic radiation, as well as the spectrum of acoustic oscillations of a single cylindrical vortex in a viscous heat-conducting gas (air). Axis of vortex is fixed on the plane. The problem is solved in the approximation of small initial vorticity.

PACS: 47.10.ad

Keywords: Navier–Stokes equations, acoustic radiation, viscous heat-conducting gas.

Received 25.04.2016.

### Сведения об авторах

1. Петрова Татьяна Андреевна — вед. инженер; тел.: (495) 939–12–15, e-mail: tapetrova@physics.msu.ru.
2. Шугаев Федор Васильевич — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939–12–15, e-mail: shugaev@phys.msu.ru.