

Метод сшивания мод в задачах электродинамики с малым параметром

А. Л. Делицын*

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 25.04.2016; Подписана в печать 05.05.2016)*

Рассмотрено применение метода сшивания мод для задачи о резонансном рассеянии в волноводе и задачи локализации мод в мембране с перегородкой. Доказан резонансный характер рассеяния в волноводе с двумя барьерами.

PACS: 02.30.Jr УДК: 517.95

Ключевые слова: резонансное рассеяние, локализация мод.

Геометрия ряда задач электродинамики характеризуется наличием слабо связанных областей, соединенных отверстием малого радиуса. К подобным задачам относятся как задачи рассеяния, так и спектральные задачи. При этом, подобласти часто имеют достаточно простую форму, например, цилиндр, шар, тор. Наличие простых подобластей дает дополнительную информацию о решении и допускает его представление в виде рядов, получаемых методом разделения переменных. Условия сшивания полей в отверстиях позволяют свести исходную задачу к уравнению в области отверстия. Это уравнение допускает простое исследование и позволяет рассматривать, например, такие вопросы, как задача о резонансном рассеянии в волноводе и задача о локализации мод резонаторов в областях с цилиндрической геометрией.

Задача о резонансном рассеянии в волноводе рассматривается нами для случая наличия в цилиндре двух барьеров с симметрично расположенными отверстиями. Область между барьерами образует резонатор. При рассеянии на частотах близких к частотам резонатора происходит практически полное прохождение падающей волны вместо ее отражения. Для объяснения этого эффекта, как правило, используется наличие так

называемых резонансов, т. е. полюсов функции Грина с малой мнимой частью в цилиндре с барьерами. Используемый нами метод не требует применения данных представлений.

Получено элементарное доказательство резонансного характера рассеяния для определенного типа геометрии.

Второй тип рассматриваемых задач составляет вопрос о локализации мод резонаторов в областях с барьерами. Представляется достаточно правдоподобным, что в области, перегороданной барьером, собственные функции могут быть локализованы в одной из подобластей. Мы рассматриваем наиболее простую геометрию задачи. В прямоугольнике вставлен барьер, параллельный одной из сторон. Для подобной задачи оценено отношение среднеквадратичных норм собственной функции в подобластях и доказано, что оно стремится к бесконечности при стремлении диаметра отверстия к нулю.

Оценка отношения норм определяется оценкой близости собственного значения задачи в области к собственному значению в подобласти. Простота геометрии позволяет оценить скорость сходимости собственного значения.

[1] Делицын А. Л. ЖВМиМФ. 52:7. С. 1289. (2012).

Mode matching method for electrodynamic problems with small parameter

A. L. Delitsyn

*Department of Mathematics Physics, Faculty of Physics,
M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia
E-mail: delitsyn@mail.ru.*

Mode matching method application is considered for waveguide resonance scattering and mode localization problems in the domain with barrier. The resonance character of scattering in the waveguide with two barriers is proved.

PACS: 02.30.Jr

Keywords: resonance scattering, mode localization.

Received 25.04.2016.

Сведения об авторе

Делицын Андрей Леонидович — докт. физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939–39–47, e-mail: delitsyn@mail.ru.