

## Попытки теоретического предсказания периодов полураспада изотопов, подверженных двойному бета-распаду

М. С. Хирк<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1 стр. 2

Двойной бета-распад ( $2\nu\beta\beta$ ) является очень редким ядерным распадом. Причиной редкости такого распада является то, что этот процесс имеет запрет второго порядка в Стандартной модели электрослабого взаимодействия. В течение последних 80 лет двухнейтринный двойной бета-распад наблюдался в 12 ядрах, причем их период полураспада лежал в диапазоне от  $10^{19}$  до  $10^{24}$  лет. В данной статье рассматриваются способы теоретического расчета периодов полураспада изотопов, подверженных двойному бета-распаду. Также рассматриваются некоторые попытки описания экспериментальных данных с помощью эмпирических формул.

PACS: 23.40.-s

УДК: 539.169

Ключевые слова: двойной бета-распад, период полураспада, нейтрино.

### ВВЕДЕНИЕ

В 1933 г. Паули выдвинул предположение о существовании нейтрино. Эта гипотеза позволила найти выход из кажущегося противоречия между законами сохранения и явлением бета-распада. Э. Ферми, используя эту гипотезу, в 1934 г. разработал теорию бета-распада, объяснившую ряд закономерностей этого явления и обобщившую почти весь экспериментальный материал, накопленный к тому времени. Вскоре после опубликования этой теории появилась работа Гепперт-Майер, посвященная теоретическому исследованию возможных свойств нейтрино. В этой работе впервые было высказано предположение о возможности двойного бета-распада.

Двухнейтринный двойной бета-распад ( $2\nu\beta\beta$ ) является очень редким ядерным распадом, при котором два нейтрона внутри ядра одновременно превращаются в два протона. При этом испускаются два электрона и два антинейтрино. Как уже было сказано, процесс был впервые предложен в 1935 г. Гепперт-Майер, которая в своей работе [1], опираясь на недавно сформулированную теорию бета-распада Ферми, смогла оценить период полураспада ядер по отношению к двойному бета-распаду с испусканием двух нейтрино. Оценка давала значение периода полураспада, которое должно было быть более  $10^{17}$  лет. Причиной редкости такого распада является то, что этот процесс имеет запрет второго порядка в Стандартной модели электрослабого взаимодействия. В течение последних 80 лет двухнейтринный двойной бета-распад наблюдался в 12 ядрах, причем их период полураспада лежал в диапазоне от  $10^{19}$  до  $10^{24}$  лет.

Майорана в 1937 г. теоретически показал [2], что ес-

ли допустить существование всего лишь одного типа нейтрино (нейтрино и антинейтрино тождественны), выводы теории бета-распада не меняются. Рака отметил [3], что в этом случае становится возможным безнейтринный двойной бета-распад, т. е. такой процесс, когда две бета-частицы, испускаемые при превращении ядра ( $A, Z$ ) в ядро ( $A, Z \pm 2$ ), не сопровождаются нейтрино:

$$(A, Z) > (A, Z \pm 2) + 2e^{\mp} \quad (1)$$

Два года спустя Фарри исследовал безнейтринный способ двойного бета-распада [4]. Им была введена следующая схема рассмотрения этого процесса. Исходное ядро ( $A, Z$ ), испуская одну бета-частицу, переходит в виртуальное промежуточное ядро ( $A, Z \pm 1$ ) плюс виртуальное нейтрино, которое, взаимодействуя с этим промежуточным ядром, «индуцирует» его распад с излучением второй бета-частицы, само при этом поглощаясь. Результат такого превращения и записан в выражении (1).

Как известно, безнейтринная версия двойного бета-распада ( $0\nu\beta\beta$ ) обеспечивает мощный инструмент, который позволяет исследовать наиболее фундаментальные вопросы физики элементарных частиц. Этот процесс нарушает закон сохранения лептонного заряда и поэтому запрещен в Стандартной модели. В настоящее время предпринимается множество попыток экспериментально обнаружить безнейтринный двойной бета-распад. Интерес к безнейтринному двойному бета-распаду вполне обоснован, поскольку эксперименты по его обнаружению представляют собой практически единственный способ понять природу массы нейтрино, а именно: является ли нейтрино и антинейтрино одной и той же частицей (Майорановским нейтрино), а также выявить механизм генерации крошечной (но ненулевой) массы нейтрино, обнаруженной в экспериментах по нейтринным осцилляциям.

Безнейтринный двойной бета-распад, в случае его существования в природе, должен протекать с гораз-

\*E-mail: dermeister123@yandex.ru

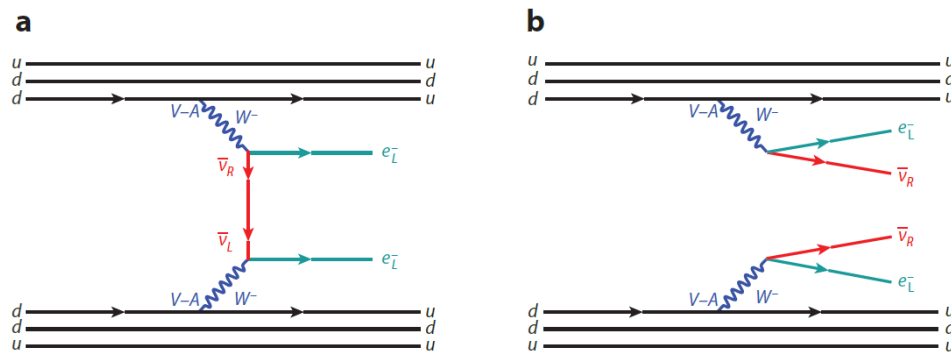


Рис. 1: Диаграммы Фейнмана: а) безнейтринного двойного бета-распада ( $0\nu\beta\beta$ ) с обменом легким майороном и б) двухнейтринного бета-распада ( $2\nu\beta\beta$ ) [6]

до большей вероятностью, чем двухнейтринный. Качественно это объясняется следующими соображениями. При двухнейтринном двойном бета-распаде число состояний, отвечающих вылету одновременно двух бета-частиц, определяется объемом фазового пространства двух нейтрино, ограниченного общей величиной энергии распада. При безнейтринном способе двойного бета-распада нейтрино является виртуальной частицей, появляющейся только в промежуточном состоянии ядра. Поэтому энергия нейтрино ограничивается лишь условием того, чтобы его волновая функция не была знакопеременной внутри ядра — иначе вклад собственного промежуточного состояния в матричный элемент и вероятность перехода стремятся к 0. Это условие ограничивает энергию нейтрино в промежуточном состоянии до величин порядка 40 МэВ (для средних ядер). Последняя величина во много раз превышает энергию нейтрино, возможную при двухнейтринном распаде, а это обстоятельство приводит к увеличению фазового объема промежуточного состояния и, следовательно, к увеличению вероятности распада.

Процесс с легкими майорановскими нейтрино представляет собой наиболее популярный механизм описания безнейтринного процесса  $0\nu\beta\beta$  (рис. 1,а) и обеспечивает один из самых чувствительных инструментов для определения абсолютной массы нейтрино. Независимо от механизма,  $0\nu\beta\beta$  процесс нарушает закон сохранения лептонного заряда и поэтому предоставляет уникальную возможность выйти за рамки Стандартной модели.

Процесс с вылетом двух нейтрино (рис. 1,б) разрешен в рамках Стандартной модели. Изучение такого процесса также имеет большое значение, так как обеспечивает инструмент для исследования процессов высокого порядка в Стандартной модели, а также дает представление о внутренней структуре ядра. Важно отметить, что  $2\nu\beta\beta$  процесс позволяет получить ключевую информацию о безнейтринном процессе. Знание скорости и формы энергетического спектра испускаемых электронов в процессе ( $2\nu\beta\beta$ ) может облегчить

отделение фона в безнейтринном процессе.

## 1. ДВОЙНОЙ БЕТА-РАСПАД В ЯДРАХ

За стабильность любого ядра отвечает его энергия связи или, что то же самое, его масса. Вайцеккер был первым, кто сделал успешную попытку описать массу любого ядра и выразил ее полуэмпирической формулой [7]:

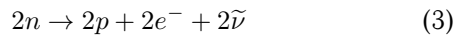
$$M(A, Z) = Zm_p + Nm_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_A \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A, Z), \quad (2)$$

где первые два члена определяют массу всех протонов и всех нейтронов в ядре, а остальные отвечают за энергию связи ядра. Последний член определяет энергию спаривания. Для четно-четных ядер он отрицательный, для нечетно-нечетных — положительный, а для четно-нечетных ядер он равен нулю.

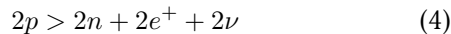
В природе существует довольно большое количество пар стабильных изобарных ядер с одинаковыми массовыми числами и с зарядами, отличающимися на 2 единицы. Как правило, это четно-четные ядра. Существование таких изобаров обусловлено тем, что промежуточный изобар, заряд которого отличается от заряда крайних изобаров на единицу, обладает массой большей, чем последние, вследствие чего превращение одного из крайних изобаров в другой, более легкий, не может идти путем двух последовательных простых бета-распадов. В некоторых случаях подобный двойной последовательный распад практически невозможен даже тогда, когда масса промежуточного ядра оказывается лежащей между массами крайних ядер, и их кажущаяся стабильность обусловлена высокой степенью запрета, связанного, например, с очень большим изменением спина.

Для ядер, обладающих вышеописанными особенностями, переход в соседнее ядро невозможен, однако

возможен распад с изменением атомного номера сразу на две единицы и испусканием одновременно двух бета-частиц, сопровождаемых двумя нейтрино или антинейтрино:



или



Ядро  $(A, Z)$  вследствие такого процесса превратится в ядро  $(A, Z \pm 2)$ :

$$(A, Z) > \begin{cases} (A, Z+2) - 2e^- + 2\bar{\nu} \\ (A, Z-2) - 2e^+ + 2\nu \end{cases} \quad (5)$$

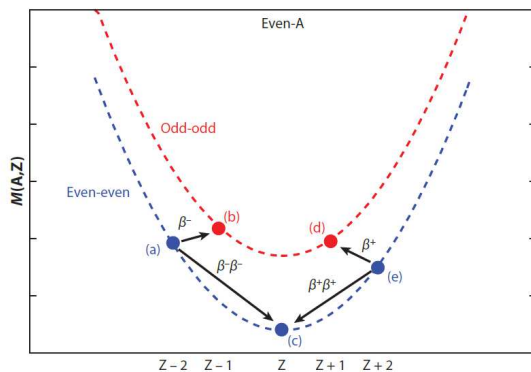
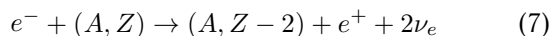
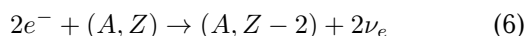


Рис. 2: Массовая парабола для ядерных изобар с нечетным массовым числом. Благодаря члену, отвечающему за энергию спаривания, четно-четные ядра имеют массу меньше, чем у нечетно-нечетных ядер. Таким образом, процесс  $\beta^-$  распада не может проходить из точки а в b, в то время как процесс двойного бета-распада, имеющий запрет второго порядка, имеет место, так как выгоден энергетически [6]

Помимо процесса с вылетом двух электронов или позитронов, возможны еще два варианта двойного бета-распада:



Распад (6) происходит с захватом двух электронов (обычно с K оболочки) и последующим испусканием двух нейтрино, в распаде (7) захватывается один электрон, но помимо двух нейтрино еще вылетает позитрон. Однако вероятность таких процессов гораздо меньше вероятности  $(2\nu\beta^-\beta^-)$  процесса из-за меньшего фазового пространства. Поэтому наблюдать такие распады в эксперименте крайне сложно.

Двойной бета-распад может происходить не только на основное, но и на возбужденные состояния конечного ядра. В этом случае он сопровождается излучением нескольких гамма-квантов.

Энергия двойного бета-распада распределяется между лептонами и ядром, причем отдача ядра пренебрежительно мала и обычно ее не учитывают. Для  $\beta^-\beta^-$  - распада энергия распада выглядит следующим образом:

$$Q_{\beta^-\beta^-} = M^{AT}(A, Z) - M^{AT}(A, Z+2) \quad (8)$$

Тогда энергетическое условие двойного бета-распада можно записать следующим образом:

$$Q_{\beta^-\beta^-} > 0 \quad (9)$$

Изучение изотопов, имеющих большую распространенность и большие значения  $Q_{\beta^-\beta^-}$ , является наиболее предпочтительным в экспериментальном исследовании, так как фон в таком случае меньше, а число событий больше, а в связи с этим спектр более четкий. Поэтому распады далеко не всех изотопов, указанных в табл. 1, удается наблюдать в эксперименте. В табл. 2 указаны наиболее целесообразные и широко используемые в эксперименте изотопы, а так же их распространенность, энергия перехода  $Q_{\beta\beta}$  и фазово-пространственный фактор  $G^{2\nu}$ .

## 2. СПЕКТР ЭЛЕКТРОНОВ, ВЕРОЯТНОСТЬ И ФАЗОВО-ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ФАКТОР ДВОЙНОГО БЕТА-РАСПАДА

Спектр суммарной энергии электронов в двухнейтринном двойном бета-распаде должен быть непрерывным, и ограничен максимальным значением  $Q_{\beta^-\beta^-}$ , так как вылетевшие нейтрино будут уносить часть энергии.

При осуществлении двойного бета-распада без испускания нейтрино почти вся энергия распада распределяется между двумя электронами, так как доля энергии, приходящаяся на отдачу ядра, пренебрежимо мала. Таким образом, спектр суммарной энергии электронов при экспериментальном обнаружении процесса должен иметь вид (в случае достаточного энергетического разрешения аппаратуры) узкого пика ( $\delta$ -функции, положение которого на шкале энергий соответствует энергии распада. Исключением является безнейтринная мода с испусканием безмассового бозона, майорона В ( $0\nu\beta\beta V$ ). Теоретический вид спектра суммарной энергии электронов, вылетающих при двухнейтринном и безнейтринном двойном бета-распаде ядра  $^{100}\text{Mo}$ , показан на рис. 3.

Вероятность распада ( $2\nu\beta\beta$ ) может быть рассчитана путем применения золотого правила Ферми к обычному бета-распаду. В хорошем приближении данную вероятность можно представить как произведение кинематической (фазовое пространство лептонов, вылетевших из ядра при распаде) и ядерной части (матричный элемент, отвечающий за вероятность перехода между двумя ядерными состояниями):

$$\Gamma^{2\nu} = \frac{1}{T_{1/2}^{2\nu}} = G^{2\nu}(Q_{\beta\beta}, Z) |M^{2\nu}|^2, \quad (10)$$

Таблица I: Четно-четные изотопы, для которых возможен двойной бета-распад

№	Переход	Изотопная распростр. %	Разность масс, КэВ	№	Переход	Изотопная распростр. %	Разность масс, КэВ
1	$^{46}\text{Ca} \rightarrow ^{46}\text{Ti}$	0.0033	$985 \pm 5$	17	$^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Te}$	5.98	$2278 \pm 8$
2	$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$	0.185	$4271 \pm 5$	18	$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	31.79	$869 \pm 5$
3	$^{70}\text{Zn} \rightarrow ^{70}\text{Ge}$	0.62	$1001 \pm 5$	19	$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	34.49	$2533 \pm 6$
4	$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$	7.67	$2038 \pm 1$	20	$^{134}\text{Xe} \rightarrow ^{134}\text{Ba}$	10.44	$843 \pm 15$
5	$^{80}\text{Se} \rightarrow ^{80}\text{Kr}$	49.82	$135 \pm 15$	21	$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$	8.87	$2481 \pm 10$
6	$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	9.19	$3005 \pm 15$	22	$^{142}\text{Ce} \rightarrow ^{142}\text{Nd}$	11.07	$1414 \pm 11$
7	$^{86}\text{Kr} \rightarrow ^{86}\text{Sr}$	17.37	$1249 \pm 8$	23	$^{148}\text{Nd} \rightarrow ^{148}\text{Sm}$	5.71	$1928 \pm 10$
8	$^{94}\text{Zr} \rightarrow ^{94}\text{Mo}$	2.80	$1148 \pm 7$	24	$^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm}$	5.60	$3367 \pm 11$
9	$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$	17.40	$3350 \pm 6$	25	$^{154}\text{Sm} \rightarrow ^{154}\text{Gd}$	22.61	$1250 \pm 10$
10	$^{98}\text{Mo} \rightarrow ^{98}\text{Ru}$	23.75	$110 \pm 8$	26	$^{160}\text{Gd} \rightarrow ^{160}\text{Dy}$	21.75	$1731 \pm 11$
11	$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$	9.62	$3032 \pm 9$	27	$^{176}\text{Yb} \rightarrow ^{176}\text{Hf}$	12.23	$1077 \pm 12$
12	$^{104}\text{Ru} \rightarrow ^{104}\text{Pd}$	18.50	$1301 \pm 9$	28	$^{186}\text{W} \rightarrow ^{186}\text{Os}$	28.41	$489 \pm 14$
13	$^{110}\text{Pd} \rightarrow ^{110}\text{Cd}$	12.70	$2014 \pm 24$	29	$^{198}\text{Pt} \rightarrow ^{198}\text{Hg}$	7.23	$1043 \pm 26$
14	$^{114}\text{Cd} \rightarrow ^{114}\text{Sn}$	28.86	$540 \pm 7$	30	$^{204}\text{Hg} \rightarrow ^{204}\text{Pb}$	6.85	$414 \pm 12$
15	$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$	7.58	$2808 \pm 7$	31	$^{238}\text{U} \rightarrow ^{238}\text{Pu}$	99.275	$1146 \pm 12$
16	$^{122}\text{Sn} \rightarrow ^{122}\text{Te}$	4.71	$358 \pm 8$				

Таблица II: Изотопы, которые наиболее целесообразно использовать в эксперименте по изучению двойного бета-распада [6]

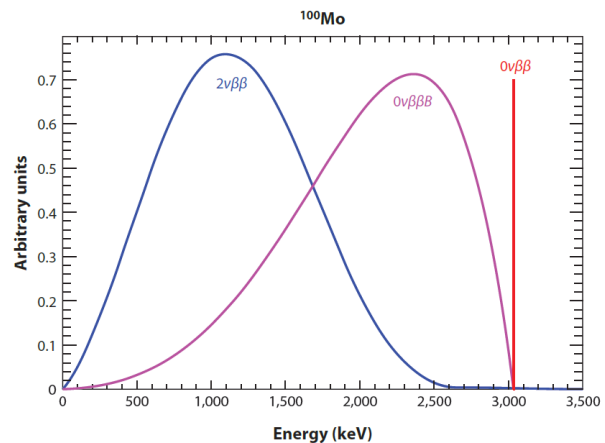
Изотоп	Распространенность, %	$Q_{\beta\beta}$ , МэВ	$G^{2\nu} \cdot 10^{-18}$ , лет $^{-1}$
$^{48}\text{Ca}$	0.187	4.274	15.6
$^{76}\text{Ge}$	7.8	2.039	0.0482
$^{82}\text{Se}$	9.2	2.996	1.60
$^{96}\text{Zr}$	2.8	3.348	7.83
$^{100}\text{Mo}$	9.6	3.035	4.13
$^{116}\text{Cd}$	7.6	2.809	3.18
$^{130}\text{Te}$	34.08	2.530	1.53
$^{136}\text{Xe}$	8.9	2.462	1.43
$^{150}\text{Nd}$	5.6	3.367	36.4

где функция  $G^{2\nu}$  получается путем интегрирования по всему фазовому пространству четырех лептонов, испускаемых при распаде, и может быть точно посчитана. Ядерный матричный элемент  $M^{2\nu}$  связан с переходом между ядерными состояниями, и его расчет представляет собой гораздо более сложную задачу.

Вероятность безнейтринной моды, запрещенной в Стандартной Модели, может быть представлена в аналогичном виде

$$\Gamma^{0\nu} = \frac{1}{T_{1/2}^{0\nu}} = G^{0\nu}(Q_{\beta\beta}, Z) |M^{0\nu}|^2 \langle \eta \rangle^2, \quad (11)$$

где  $\langle \eta \rangle^2$  — параметр нарушения лептонного заряда,

Рис. 3: Теоретический вид спектра суммарной энергии двух электронов, вылетающих в  $(2\nu\beta\beta)$ ,  $(0\nu\beta\beta\beta)$  ( $0\nu\beta\beta$ ) модах двойного бета-распада  $^{100}\text{Mo}$  [6]

и относится к так называемой «Новой Физике». Значение  $M^{0\nu}$  напрямую связано с извлечением параметров «Новой Физики». К сожалению, на сегодняшний день нет прямых экспериментальных наблюдений, позволяющих непосредственно измерить ядерный матричный элемент для безнейтринного процесса.

Фазово-пространственный фактор получается путем интегрирования всех возможных энергий лептонов и углов, под которыми они вылетают. Для двухнейтринного двойного бета-распада эти лептоны, очевидно, являются двумя электронами и двумя (анти)нейтрино. Таким образом, используя естественную

систему координат  $\hbar = 1$ , можем написать следующее выражение для  $G^{2\nu}$ :

$$G^{2\nu} \propto \int_{m_e}^{E_0 - m_e} F(Z, E_{e1}) p_{e1} E_{e1} dE_{e1} \times \\ \times \int_{m_e}^{E_0 - E_{e1}} F(Z, E_{e2}) p_{e2} E_{e2} dE_{e2} \times \\ \times \int_0^{E_0 - E_{e1} - E_{e2}} p_{\nu 1}^{\Sigma} (E_0 - E_{e1} - E_{e2} - p_{\nu 1})^2 dp_{\nu 1}, \quad (12)$$

где  $E_0 = Q_{\beta\beta} + 2m_e$ ,  $F(Z, E)$  — функция Ферми, описывающая Кулоновские эффекты вылетевших электронов, а  $E_e$ ,  $p_e$ ,  $p_\nu$  — энергия и импульс вылетевших при распаде электронов и нейтрино.

Сделав расчет по данной формуле, Примаков и Розен в своей работе [8] получили очень сильную зависимость фазово-пространственного фактора  $G^{2\nu}$  от энергии распада  $Q_{\beta\beta}$ :

$$G^{2\nu} \propto Q_{\beta\beta}^{11} \quad (13)$$

По аналогичным расчетам, но только для безнейтринной моды:

$$G^{0\nu} \propto Q_{\beta\beta}^5 \quad (14)$$

Видно, что зависимость  $G^{0\nu}$  от  $Q_{\beta\beta}$  гораздо слабее.

### 3. ЯДЕРНЫЙ МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Ядерный матричный элемент, как уже было сказано, определяет структурно-ядерную часть вероятности двойного бета-перехода между исходным и конечным ядром. Ядерный матричный элемент, как известно, трудно рассчитать даже в случае обычного бета-распада. Так как подобные расчеты включают в себя учет всех возможных переходов между двумя сложными многотельными системами (начальное и конечное ядро), не удивительно, что это крайне сложная задача.

Существует два основных подхода для оценки  $M^{2\nu}$ : модель ядерных оболочек (NSM) и квазичастичное приближение случайных фаз (QRPA). Каждый из этих методов имеет свои сильные и слабые стороны.

Метод (NSM), пожалуй, самый простой способ решения проблемы ядерного матричного элемента. При таком подходе, составляется набор валентных одночастичных состояний, а затем ищется эффективный гамильтониан на основе свободного нуклон-нуклонного взаимодействия, но модифицированного для описания эффективного ядерного взаимодействия конкретного набора конфигураций. Все конфигурации используются для диагонализации гамильтониана и последующей оценки ядерного матричного элемента. К сожалению, из-за вычислительных ограничений, только ограниченный набор одночастичных состояний может быть включен в расчет по методу NSM. Поэтому методом NSM

наиболее успешно рассчитываются ядерные матричные элементы легких ядер с небольшим количеством нуклонов на внешних оболочках.

В некотором смысле, метод QRPA является противоположным методу NSM. При таком подходе рассматриваются все возможные одночастичные конфигурации, однако не все типы корреляций включены в расчет. Тем самым снижается общая сложность метода. В методе QRPA не используется свободное нуклон-нуклонное взаимодействие, но вместо этого используются феноменологические взаимодействия с несколькими регулируемыми параметрами.

Каким бы из этих двух методов мы ни воспользовались при расчете ядерного матричного элемента, в любом случае расчет будет требовать очень громоздких компьютерных вычислений. Очень часто разные модели дают разные результаты, которые достаточно сложно сопоставить между собой. За несколько десятилетий исследования двухнейтринного двойного бета-распада было сделано множество теоретических расчетов ядерных матричных элементов для всевозможных дважды бета-радиоактивных ядер, основываясь и на модель ядерных оболочек, и на метод квазичастичного приближения случайных фаз. Наилучшие результаты расчетов ядерного матричного элемента некоторых изотопов методами NSM и QRPA, а также соответствующие им данные, полученные в эксперименте, представлены в табл. 3.

### 4. ЭМПИРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРИОДА ПОЛУРАСПАДА

Так как прямые расчеты  $T_{1/2}^{2\nu}$  являются сложнейшей задачей, было предпринято множество попыток [11,12] найти некоторые закономерности при анализе экспериментальных данных периодов полураспада.

Рассмотрим два изотопа теллура  $^{128,130}\text{Te}$ . Оба изотопа имеют одинаковый заряд, похожую ядерную структуру, однако энергии  $2\beta^-$ -переходов сильно отличаются. Было бы естественным предположить, что отличие между периодами полураспада теллура напрямую связано с отличием в энергиях перехода. В самом деле, экспериментальные данные для периодов полураспада изотопов теллура хорошо соответствуют следующей грубой формуле:

$$\frac{T_{1/2}^{2\nu}(^{128}\text{Te})}{T_{1/2}^{2\nu}(^{130}\text{Te})} \approx 5.7 \times 10^3 \sim \left( \frac{Q_{130}}{Q_{128}} \right)^{8.1} \quad (15)$$

Отсюда можно сделать вывод:

$$T_{1/2}^{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+) \sim \frac{1}{Q^8} \quad (16)$$

Такое предположение вполне неплохо согласуется с теоретическими расчетами Примакова и Розена [8], которые сделали для двухнейтринного двойного бета-распада грубую оценку зависимости фазово-пространственного интеграла от энергии перехода (13).

Таблица III: Наилучшие результаты теоретических расчетов ядерного матричного элемента для различных изотопов и соответствующие им экспериментальные данные [9]

Исходное ядро	Процесс	Переход	Экспериментальные данные	Модель NSM	Модель QRPA
$^{48}\text{Ca}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.038 \pm 0.003$	0.0397	0.0373
$^{76}\text{Ge}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.118 \pm 0.005$	0.0961	0.147
$^{82}\text{Se}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.083 \pm 0.004$	0.104	0.0687
$^{96}\text{Zr}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.080 \pm 0.004$		0.0952
$^{100}\text{Mo}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.206 \pm 0.007$		0.183
$^{116}\text{Cd}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.114 \pm 0.005$		0.132
$^{128}\text{Te}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.044 \pm 0.006$	0.0489	0.0464
$^{130}\text{Te}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.031 \pm 0.004$	0.0356	0.019
$^{136}\text{Xe}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.0173 \pm 0.0005$	0.0207	
$^{150}\text{Nd}$	$2\beta$	$0^+ \rightarrow 0^+$	$0.058 \pm 0.004$		0.0348

Хорошо известно, что периоды полураспада зависят от безразмерного Кулоновского энергетического параметра  $\xi \sim ZA^{-1/3}$ . Таким образом, можно модифицировать формулу (16):

$$T_{1/2}^{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+) \sim \frac{1}{Q^8 \xi^2}. \quad (17)$$

Стоит также отметить, что значение периода полураспада у  $^{100}\text{Mo}$  меньше, чем у  $^{96}\text{Zr}$ , поскольку параметр ядерной деформации ( $\beta_2$ ) у  $^{100}\text{Mo}$  почти в три раза больше, чем у  $^{96}\text{Zr}$ . Если в формуле (17) учесть зависимость периода полураспада от ядерной деформации, получим:

$$T_{1/2}^{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+) \sim \frac{1}{Q^8 \xi^2 \beta_2^2}. \quad (18)$$

Наконец, сопоставим все экспериментальные данные с полученной формулой (18) и окончательно будем иметь:

$$T_{1/2}^{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+) \approx \frac{(1 \pm 0,5) \times 10^{24}}{Q^8 \xi^2 \beta_2^2}, \quad (19)$$

где  $T_{1/2}^{2\nu}$  измеряется в годах,  $Q$  — в МэВ.

Значения, соответствующие экспериментальным данным, являются на сегодняшний день рекомендованными Национальным Ядерным Информационным Центром США (NNDC) и указаны в табл. 4.

Результаты аппроксимации экспериментальных данных полученной формулой показаны на рис. 4.

Существуют и другие попытки подбора эмпирической формулы, описывающей экспериментальные данные по периодам полураспада  $T_{1/2}^{2\nu}$ . Пусть зависимость логарифма периода полураспада от энергии распада выражается следующей формулой:

$$\lg T_{1/2}(E\gamma) = \frac{a}{Q_{2\beta}(MeV)}, \quad (20)$$

Таблица IV: Рекомендованные значения периодов полураспада NNDC

Изотоп	Процесс	$T_{1/2}^{2\nu}$ , лет
$^{48}\text{Ca}$	$2\beta$	$(4.39 \pm 0.58) \cdot 10^{19}$
$^{76}\text{Ge}$	$2\beta$	$(1.43 \pm 0.53) \cdot 10^{21}$
$^{82}\text{Se}$	$2\beta$	$(9.19 \pm 0.76) \cdot 10^{19}$
$^{96}\text{Zr}$	$2\beta$	$(2.16 \pm 0.26) \cdot 10^{19}$
$^{100}\text{Mo}$	$2\beta$	$(6.98 \pm 0.44) \cdot 10^{18}$
$^{116}\text{Cd}$	$2\beta$	$(2.89 \pm 0.25) \cdot 10^{19}$
$^{128}\text{Te}$	$2\beta$	$(3.49 \pm 1.99) \cdot 10^{24}$
$^{130}\text{Te}$	$2\beta$	$(7.14 \pm 1.04) \cdot 10^{20}$
$^{136}\text{Xe}$	$2\beta$	$(2.34 \pm 0.13) \cdot 10^{21}$
$^{130}\text{Ba}$	$2\epsilon$	$(1.40 \pm 0.80) \cdot 10^{21}$
$^{150}\text{Nd}$	$2\beta$	$(2.34 \pm 0.13) \cdot 10^{18}$
$^{238}\text{U}$	$2\beta$	$(2.00 \pm 0.60) \cdot 10^{21}$

где  $T_{1/2}$  измеряется в единицах Еу ( $10^{18}$ ), а параметр  $a$  — некоторая константа, которую определим в дальнейшем.

Для лучшего описания периода полураспада  $T_{1/2}^{2\nu}$  необходимо учесть эффекты, связанные с кулоновским потенциалом и внутренней структурой ядра. Поправка на кулоновский потенциал может быть получена из квантовой механики и в нерелятивистском случае выглядит следующим образом:

$$\rho(Z, \varepsilon) = \frac{2\pi\eta}{(1 - e^{-2\pi\eta})}, \quad (21)$$

где  $\eta = \frac{Z\varepsilon}{137cp}$ ,  $\varepsilon$  — энергия электрона, а  $p$  — величина импульса электрона.

Как известно, чтобы получить вероятность обычного бета-распада, данную поправку необходимо умножить на квадрат ядерного матричного элемента. Данный кулоновский фактор близок к единице, если мы

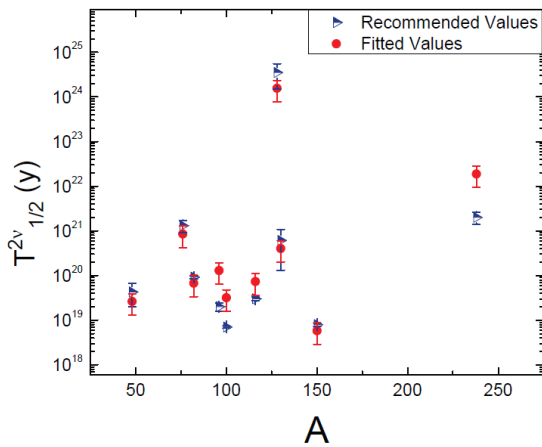


Рис. 4: Рекомендованные Национальным Ядерным Информационным Центром США (NNDC) и полученные по формуле (19) значения периодов полураспада  $T_{1/2}^{2\nu}$  [10]

рассматриваем легкие ядра, однако для тяжелых ядер он вносит ощутимый вклад. При обычном или двойном бета-распаде скорость электрона очень близка к скорости света ( $v_e \approx 0.86 - 0.95c$ ) и поэтому значение  $\frac{v_e}{c}$  близко к единице. Что касается числителя, то для тяжелых ядер в хорошем приближении его также можно считать равным единице. Поэтому сохраним только главный член кулоновской поправки, и тогда выражение для связи логарифма периода полураспада и энергии перехода переписывается в следующем виде:

$$\lg T_{1/2}(Ey) = \frac{(a - 2 \lg(\frac{2\pi Z}{137}))}{Q_{2\beta}(\text{MeV})}, \quad (22)$$

где  $Z$  — заряд начального ядра. Такая поправка не дает практически никакого вклада для легких ядер, таких как  $^{48}\text{Ca}$ , но вносит ощутимый вклад, если мы рассматриваем тяжелые ядра, такие как  $^{238}\text{U}$ .

Помимо поправки на кулоновский потенциал, необходимо так же принять в рассмотрение внутреннюю структуру ядра. Наиболее важным эффектом ядерной структуры, связанным с сильным взаимодействием, является существование магических чисел, которые, в свою очередь, являются следствием оболочечной структуры ядра. Как известно, магические ядра гораздо стабильнее ядер, у которых количество нуклонов не совпадает с каким-либо магическим числом.

При любом прямом численном расчете периода полураспада методом ядерных оболочек первым делом определяется количество валентных нуклонов. Количество валентных нуклонов напрямую связано с «магичностью» ядра: если ядро является магическим, то число валентных нейтронов равно нулю. Параметры эффективного потенциала в модели NSM часто получают путем подгонки свойств основных состояний нескольких магических ядер, а остаточные взаимодействия, такие как силы спаривания, относят к валентным нуклонам, когда речь идет о незаполненных обо-

лочках. В процессе двойного бета-распада два нейтрона в ядре превращаются в два протона, причем общее количество нуклонов не меняется. Основываясь на всем вышесказанном, можно учесть эффект оболочечной структуры ядра, введя некоторый параметр  $S$  в числитель выражения (22).  $S = 2$ , если количество нейтронов в исходном ядре — магическое число, и  $S = 0$ , если ядро не является магическим. Таким образом, конечная формула, связывающая логарифм периода полураспада и энергию перехода между начальным и конечным ядром, выглядит следующим образом:

$$\lg T_{1/2}(Ey) = \frac{(a - 2 \lg(\frac{2\pi Z}{137}) + s)}{Q_{2\beta}(\text{MeV})}, \quad (23)$$

где константа  $a$  получается путем подгонки данной формулы под экспериментальные данные ( $a \approx 5.843$ ). Численные результаты полученной формулы и соответствующие им экспериментальные значения показаны на рис. 5 и в табл. 5.

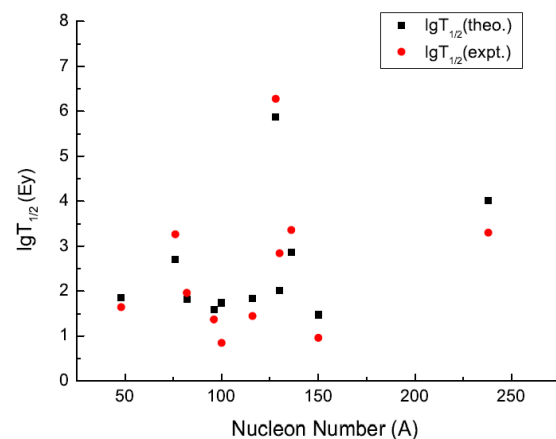


Рис. 5: Логарифмы периода полураспада четно-четных ядер, посчитанные по формуле (23) ( $\lg T_{1/2}^{\text{theo.}}$ ) и соответствующие им экспериментальные значения ( $\lg T_{1/2}^{\text{expt.}}$ ) для основных состояний 11 четно-четно ядер от  $^{48}\text{Ca}$  и  $^{238}\text{U}$  [11]

Видно, что рассчитанные периоды полураспада согласуются с экспериментальными для всех 11 ядер, у которых наблюдался двухнейтринный двойной бета-распад. В последнем столбце табл. 5 указаны отношения логарифмов теоретического периода полураспада и соответствующего ему экспериментального значения, показывающие расхождение между ними.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прямые теоретические расчеты периодов полураспада изотопов, подверженных двойному бета-распаду, крайне трудоемкая работа, требующая громоздких компьютерных вычислений. В связи с этим было предпринято множество попыток найти некоторые закономерности в экспериментальных данных и сопоставить



Таблица V: Логарифмы периода полураспада четно-четных ядер, посчитанные по формуле (23) ( $\lg T_{\text{theo.}}$ ) и соответствующие им экспериментальные значения ( $\lg T_{\text{expt.}}$ ) [11]

Изотоп	$T_{1/2}$ (эксп.), лет	$\lg T_{1/2}$ (эксп.)	$Q_{\beta\beta}$ , МэВ	$\lg T_{1/2}$ (теор.)	$\lg \left( \frac{T_{1/2}(\text{эксп.})}{T_{1/2}(\text{теор.})} \right)$
$^{48}\text{Ca}$	$(4.39 \pm 0.58) \cdot 10^{19}$	1.643	4.267	1.856	-0.213
$^{76}\text{Ge}$	$(1.43 \pm 0.53) \cdot 10^{21}$	3.265	2.039	2.702	0.563
$^{82}\text{Se}$	$(9.19 \pm 0.76) \cdot 10^{19}$	1.964	2.996	1.822	0.142
$^{96}\text{Zr}$	$(2.16 \pm 0.26) \cdot 10^{19}$	1.371	3.349	1.587	-0.216
$^{100}\text{Mo}$	$(6.98 \pm 0.44) \cdot 10^{18}$	0.851	3.034	1.738	-0.887
$^{116}\text{Cd}$	$(2.89 \pm 0.25) \cdot 10^{19}$	1.447	2.813	1.834	-0.378
$^{128}\text{Te}$	$(3.49 \pm 1.99) \cdot 10^{24}$	6.279	0.8665	5.872	0.407
$^{130}\text{Te}$	$(7.14 \pm 1.04) \cdot 10^{20}$	2.845	2.528	2.013	0.832
$^{136}\text{Xe}$	$(2.34 \pm 0.13) \cdot 10^{21}$	3.362	2.458	2.871	0.491
$^{150}\text{Nd}$	$(2.34 \pm 0.13) \cdot 10^{18}$	0.960	3.371	1.473	-0.513
$^{238}\text{U}$	$(2.00 \pm 0.60) \cdot 10^{21}$	3.301	1.144	4.015	-0.714

с ними физически обоснованные эмпирические формулы. Каждая из этих формул основана на том, что вероятность распада зависит от энергии  $2\beta$ -перехода. Результаты некоторых из них представлены на рис. 4, 5 и в табл. 5. Основная масса данных достаточно неплохо описывается эмпирическими формулами в пределах

погрешности. Однако в некоторых случаях присутствуют значительные расхождения и связано это с тем, что в подобных формулах учитываются далеко не все факторы, влияющие на вероятность процесса двойного бета-распада.

[1] *Goeppert-Mayer, M.* Phys. Rev. **48**. P. 512. (1935).

[2] *Majogana E.* Nuovo cimento. **14**. P. 171. (1937).

[3] *Racah* Nuovo cimento. **14**. P. 322. (1937).

[4] *Furry W. H.* Phys. Rev. **56**. P. 1184. (1939).

[5] *Лазаренко В. П.* УФН. **539**. С. 165. (1966).

[6] *R. Saakyan* Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**. P. 503. (2013).

[7] *Weizsacker C.F.* Zeit. Phys. **96**. P. 431. (1935).

[8] *Primakoff H, Rosen S.P.* Rep. Prog. Phys. **22**. P. 121. (1959).

[9] *Pritychenko B.* arXiv: 1302.6876v4 [nucl-th] (2014).

[10] *Pritychenko B.* arXiv:1004.3280v1 [nucl-th] (2010).

[11] *Ren Yuejiao and Ren Zhongzhou* arXiv:1406.0923v1 [nucl-th] (2014).

## Theoretical efforts to predict half-lives of double beta decay

M. S. Khirk<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University*

<sup>2</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University  
Leninskie gory, Moscow 119991, Russia E-mail: dermeister123@yandex.ru*

Double beta decay ( $2\nu\beta\beta$ ) is a very rare nuclear process. The reason of the rarity of such decay is the second order forbiddance in the Standard Model of electroweak interactions for this process. Over the last 80 years two-neutrino double beta decay have been observed in 12 nuclei and their half-lives range from  $10^{19}$  to  $10^{24}$  years. This article is concerned with methods of theoretical calculations of half-lives of double beta decay. Also some attempts to describe the experimental data using empirical formulas are under consideration.

PACS: 23.40.-s.

Keywords: double beta decay, half life, neutrino.

**Сведения об авторе** Хирк Мишель Саиб — студент кафедры общей ядерной физики физического факультета МГУ; тел. 8-915-726-24-06, e-mail: dermeister123@yandex.ru.