

Формирование квадратной решетки оптических вихрей в результате четырехволнового взаимодействия в модели широкоапертурного лазера

А. А. Кренц^{1,2,*}, Д. А. Анчиков^{2,†}, А. В. Пахомов^{1,2,‡}, Н. Е. Молевич^{1,2,§}

¹Самарский государственный аэрокосмический университет, кафедра физики
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34

²Самарский филиал Физического института имени П. Н. Лебедева РАН, теоретический сектор
Россия, 443011, Самара, ул. Ново-Садовая, 221

С помощью системы уравнений Максвелла–Блоха исследовано формирование квадратной решетки оптических вихрей. Получена укороченная система уравнений, описывающая нелинейное взаимодействие четырех волн. Квадратная решетка оптических вихрей получена также численно.

PACS: 42.60.Mi

УДК: 535.33:621.373.8

Ключевые слова: широкоапертурный лазер, решетка вихрей.

В широкоапертурных лазерах нелинейное взаимодействие большого числа поперечных мод может приводить к спонтанному появлению сложных пространственно-временных оптических структур, в том числе квадратных решеток оптических вихрей. Квадратные решетки оптических вихрей экспериментально наблюдаются в микрочиповом лазере на кристалле Nd:YVO₄ [1–3], в широкоапертурном CO₂ лазере, работающем на одной продольной моде [4], в твердотельном лазере с оптической накачкой на кристалле LiNdP₄O₁₂ [5], в Na₂ лазере [6], в полупроводниковом вертикально излучающем лазере [7]. Наблюдаемые структуры в разных типах лазеров поразительно похожи, несмотря на различие между физическими процессами, участвующими в излучении света.

Динамика широкоапертурного лазера, работающего на одной продольной моде, описывается системой уравнений Максвелла–Блоха, учитывающей поперечное распределение оптического поля [8]:

$$\begin{aligned} dE/dt &= \sigma(P - E) + ia\Delta E, \\ dP/dt &= -(1 + i\delta)P + DE, \\ dD/dt &= -\gamma[D - r + 0.5(E^*P + EP^*)], \end{aligned} \quad (1)$$

где E , P , D — безразмерные огибающие электрического поля, поляризации и инверсии населенности соответственно; $\gamma = \gamma_{||}/\gamma_{\perp}$ и $\sigma = \gamma_c/\gamma_{\perp}$, $\gamma_{||}$ — скорость релаксации инверсии, γ_c — полуширина энергетической полосы пропускания резонатора, $\delta = (\omega_a - \omega_c)/\gamma_{\perp}$ — расстройка между центром линии усиления и частотой резонатора, нормированная на полуширину линии усиления; Δ_{\perp} — двумерный лапласиан, x, y — поперечные координаты, нормированные на ширину апертуры d , $a = c^2/(2\omega\gamma_{\perp}d^2)$ — дифракционный параметр; r — накачка, нормированная на пороговое значение.

В работе [9] показано, что в случае $\delta > 0$ простейшим устойчивым решением системы (1) является режим генерации под углом к оси резонатора и соответствующая ему бегущая волна оптического поля в поперечной плоскости:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp(i(\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{r} + \Omega t)), \\ P &= P_0 \exp(i(\mathbf{k}_{\perp}\mathbf{r} + \Omega t)), \quad D = D_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $|E_0|^2 = r - 1$, $D_0 = 1$, $P_0 = E_0$, $\Omega = -\delta$, $k_{\perp}^2 = k_0^2 = \delta/a$.

Хорошо известно, что квадратная решетка вихрей образуется в результате нелинейного взаимодействия четырех бегущих волн, точнее, двух пар антиколлинеарных волн. Волновые вектора этих пар направлены взаимно перпендикулярно. Будем искать решение системы уравнений (1) в виде суммы четырех волн вида:

$$\begin{aligned} E(t, \mathbf{r}) &= \sum_{j=1}^4 E_j(t) \exp(i(\mathbf{k}_j\mathbf{r} + \Omega t)), \\ P(t, \mathbf{r}) &= \sum_{j=1}^4 P_j(t) \exp(i(\mathbf{k}_j\mathbf{r} + \Omega t)), \\ D(t, \mathbf{r}) &= D_0 + \sum_{j=1}^4 d_{j,j}(t) \exp(2i\mathbf{k}_j\mathbf{r}) + \\ &+ \sum_{j=1}^4 d_{j,j+1}(t) \exp(i(\mathbf{k}_j + \mathbf{k}_{j+1})\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{k}_1 \uparrow \downarrow \mathbf{k}_2$, $\mathbf{k}_3 \uparrow \downarrow \mathbf{k}_4$, $\mathbf{k}_1 \perp \mathbf{k}_3$, $|\mathbf{k}_j| = \sqrt{\delta/a}$, $\Omega = -\delta$, $j = 1, 2, 3, 4, 1, 2, \dots$. Здесь $d_{j,j}$ и $d_{j,j+1}$ — комплексные амплитуды стационарных возмущений инверсии D . Индексирование ведется по соответствующим волновым векторам, причем имеют место соотношения:

$$d_{j,j} = d_{j+2,j+2}^*, \quad d_{j,j+1} = d_{j+2,j+3}^* \quad (4)$$

так как инверсия D должна быть вещественной величиной.

*E-mail: krenz86@mail.ru

†E-mail: swadimaz@mail.ru

‡E-mail: pahomov_91@mail.ru

§E-mail: nonna.molevich@mail.ru

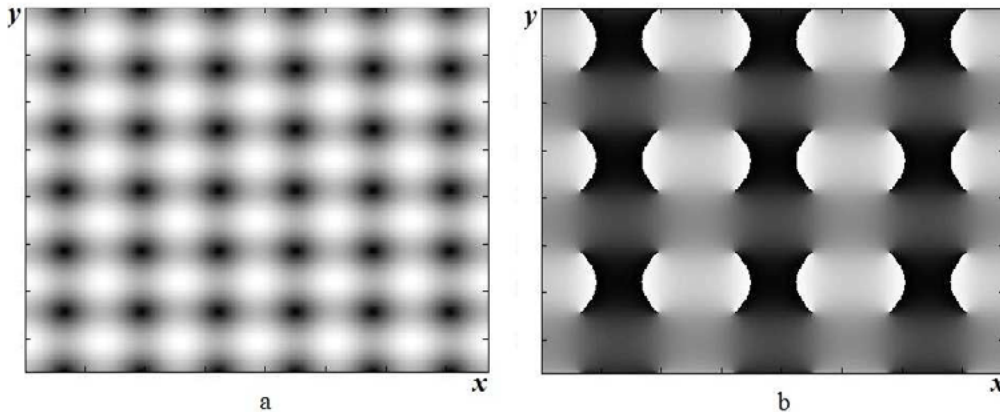


Рис. 1: Квадратная решетка оптических вихрей: а — распределение интенсивности, б — распределение фазы.

Подставляя (3) в исходную систему (1), и учитывая лишь гармоники низших порядков, получим систему

обыкновенных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд четырех взаимодействующих волн:

$$\begin{aligned}
 \partial_t E_j &= \sigma(P_j - E_j), \\
 \partial_t P_j &= -P_j + D_0 E_j + E_{j+1} d_{j,j} + E_{j+2} d_{j,j+3} + E_{j+3} d_{j,j+1}, \\
 \partial_t D_0 &= -\gamma \left[D_0 - r + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 (E_j^* P_j + E_j P_j^*) \right], \\
 \partial_t d_{j,j} &= -\gamma \left[d_{j,j} + \frac{1}{2} (E_j^* P_{j+2} + E_{j+2} P_j^*) \right], \\
 \partial_t d_{j,j+1} &= -\gamma \left[d_{j,j+1} + \frac{1}{2} (E_j P_{j+3}^* + E_{j+1} P_{j+2}^* + E_{j+2}^* P_{j+1} + E_{j+3}^* P_j) \right],
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $j = 1, 2, 3, 4, 1, 2, \dots$ — циклическая перестановка.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (5) описывает нелинейное взаимодействие четырех волн вида (2). Система уравнений (5) имеет несколько положений равновесия, каждое из которых соответствует своей оптической структуре (одиночная бегущая волна, стоячая волна, решетка вихрей первого порядка).

Решение в виде квадратной решетки оптических вихрей имеет вид:

$$\begin{aligned}
 |E_j|^2 &= |P_j|^2 = \frac{r-1}{5}, \quad D_0 = 1 + \frac{r-1}{5}, \\
 d_{j,j} &= \frac{1-r}{5} e^{i(\varphi_j - \varphi_{j+2})}, \quad d_{j,j+1} = 0, \\
 (\varphi_1 + \varphi_3) - (\varphi_2 + \varphi_4) &= \pi,
 \end{aligned} \tag{6}$$

Интерференция четырех волн с фазовым соотношением (6) дает решетку оптических вихрей. Показано, что решение (6) устойчиво по отношению к малым возмущениям.

Для численного моделирования системы уравнений (1) использовался псевдоспектральный метод расщепления по физическим факторам (SplitStepFourierMethod). Использовались периодические граничные условия и случайные начальные условия. Численное моделирование подтвердило, что в системе (1) наблюдается спонтанное возникновение квадратной решетки оптических вихрей (рис. 1).

С помощью системы уравнений Максвелла–Блоха исследована пространственно-временная динамика широкоапертурного лазера. Получена система укороченных уравнений, описывающая взаимодействие четырех волн, распространяющихся во взаимно перпендикулярных направлениях. Показано что полученная система уравнения имеет несколько положений равновесия, каждое из которых соответствует своей оптической структуре: одиночная бегущая волна, стоячая волна квадратная решетка оптических вихрей. Показано, что вихревая решетка является устойчивым решением. Проведенное численное моделирование подтвердило, что в исследуемой системе наблю-

дается спонтанное возникновение квадратной решетки оптических вихрей.

Работа частично поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации в рамках программы повышения конкурентоспособности СГАУ

на 2013–2020 гг., в рамках Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности, проект 1451, НИР № ГР 114091840046, грантом РФФИ 14-02-31419 мол_а.

-
- [1] *Chen Y.F. et al.* Appl.Phys. B. **75**. P. 453. (2002).
 [2] *Chen Y.F. et al.* Physical Review A. **64**. P. 063807. (2001).
 [3] *Chen Y.F. et al.* Physical Review A. **65**. P. 013802. (2001).
 [4] *Lowergneaux E. et al.* Physical Review A. **53**, N 6. P. 4435. (1996).
 [5] *Otsuka K. et al.* Optics Letters. **34**, N 1. P. 10. (2009).
 [6] *Brambilla M. et al.* Physical Review A. **43**, N 9. P. 5090. (1991).
 [7] *Scheuer J. et al.* Science. **285**. P. 230. (1999).
 [8] *Calderon O.G. et al.* Physical Review A. **67**. P. 043812. (2003).
 [9] *Jacobsen P.K. et al.* Physical Review A. **45**, N 11. P. 2076. (1992).

Formation of square vortex lattice as a result of four-wave mixing in a model of wide-aperture laser

A. A. Krenz^{1,2,a}, D. A. Anchikov^{2,b}, A. V. Pakhomov^{1,2,c}, N. E. Molevich^{1,2,d}

¹*Samara State Aerospace University, Department of Physics, Samara 443086, Russia*

²*Lebedev Physical Institute, Theoretical Sector, Samara 443011, Russia*

E-mail: ^akrenz86@mail.ru, ^bswadimaz@mail.ru, ^cpahomov_91@mail.ru, ^dnonna.molevich@mail.ru

Formation of square optical vortex lattice was investigated using Maxwell-Bloch system. Reduced system describing nonlinear interaction of four waves was obtained. A square optical vortex lattice also was obtained numerically.

PACS: 42.60.Mi

Keywords: wide-aperture laser, vortex lattice.

Received 27.07.2015.

Сведения об авторах

1. Кренц Антон Анатольевич — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики СГАУ, 8 (927) 786-31-43, e-mail: krenz86@mail.ru.
2. Анчиков Дмитрий Александрович — аспирант кафедры физики СГАУ, 8 (927) 155-19-57, e-mail: swadimaz@mail.ru.
3. Пахомов Антон Владимирович — аспирант кафедры физики СГАУ, 8 (927) 724-85-98, e-mail: pahomov_91@mail.ru.
4. Молевич Нонна Евгеньевна — докт. физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры физики СГАУ, 8 (917) 158-97-19.