Самосогласованная динамика ансамбля автогенераторов и двумерного коаксиального поля

С. П. Чернявский*

Челябинский Государственный Университет, физический факультет, кафедра радиофизики и электроники Россия, 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, д. 129

Представлено исследование самосогласованной динамики ансамбля автогенераторов и волнового поля. Приведены результаты моделирования класса сигналов с неоднородной пространственно-временной конфигурацией, показана возможность присутствия хаотической динамики в пространстве и высокой структурированности по времени в коаксиальном поле. При помощи численной модели проведено исследование формирования мод, а так же влияния гофры на данный процесс. Показана возможность формирования чистой моды в зависимости от пространственного расположения источников.

PACS: 05.45.-a УДК: 621.385.623

Ключевые слова: нелинейная динамика, хаос, распределённые колебательные системы, колебательное поле, ансамбль автогенераторов.

Изучение формирования пространственно-временных структур в распределённых колебательных нелинейных системах представляет интерес для различных областей естествознания и прикладных задач. Взаимодействие активной среды и волнового поля имеет место в работе приборов сильноточной электроники со сверхразмерными электродинамическими структурами [1]. Использование простых эталонных моделей, позволяет качественно исследовать поведение систем, а так же получить численные результаты [2, 3].

В работах [3,5] был получен новый класс сигналов, пространственно-временная конфигурация которых является неоднородной. Сигналы такого типа имеют высокую упорядоченность во временной области и демонстрируют хаотическую динамику в пространственной области. Этот класс сигналов требует изучения. Целью данной работы является исследование распределения пространственных мод волнового поля, а так же формирования режимов динамического хаоса в данном типе сигналов.

В данной работе рассматривается дискретная по времени и пространственным координатам модель волнового поля, взаимодействующего с ансамблем активных осцилляторов [2,3,5,7]. Колебательное поле представляет собой двумерную областьв виде кругового кольца (рис. 1). Внешняя граница области имеет радиус r_0, внутренняя граница имеет радиус r_i. Модель колебательной среды представлена в виде связанных дискретных осцилляторов.

Динамика поля описывается системой уравнений в конечных разностях:

$$u\left(x,y,t+1\right)=a_1u\left(x,y,t\right)-a_2u\left(x,y,t-1\right)+ \\ +bW\left(x\pm1,y\pm1,t\right)+gF\left(x,y,t\right), \quad (1)$$

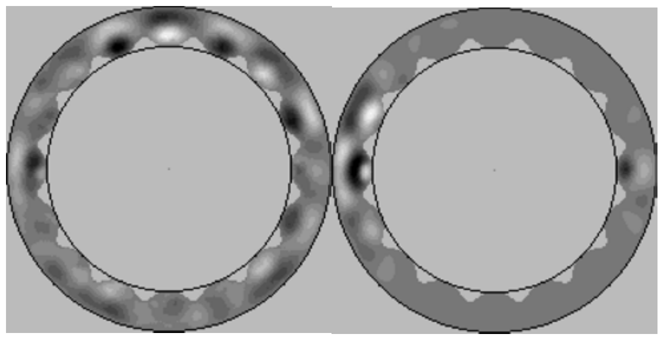

Рис. 1: Пространственная конфигурация поля.

где $u(x,y,t)$ — функция дискретных аргументов определяющая состояние поля в точке с координатами x, y в момент времени t,g — коэффициент связи волнового поля с составляющими активную среду автогенераторами.

Коэффициенты a_1 и a_2 уравнения (1) выражаются следующим образом:

$$a_1=2\left(1-2v^2\right)\exp\left(-\gamma\right),\quad a_2=\exp\left(-2\gamma\right), \\ \text{b}=v^2\text{exp}(-\gamma), \quad (2)$$

где v — фазовая скорость волны, γ — декремент затухания.

Решение уравнения (1), при $g=0$, с коэффициентами (2) для неограниченной области имеет вид:

$$u\left(x,y,t\right)=\exp(-\gamma t)\sin(k_xx+k_yy-\omega t), \quad (3)$$

где $\omega=vk$ — дисперсия в области длинных волн.

Функция W в уравнении (1) определяет связь осцилляторов колебательной среды следующим образом:

$$W\left(x\pm1,y\pm1,t\right)=u\left(x-1,y,t\right)+u\left(x+1,y,t\right)+ \\ +u\left(x,y-1,t\right)+u(x,y+1,t).$$

*E-mail: `pavlovich.1313@gmail.com`

Функция $F(x,y,t)$ определяющая действие осцилляторов на поле имеет вид:

$$F\left(x,y,t\right)=\sum_{n=1}^{N}\delta\left(x-x\left(n\right)\right)\delta\left(y-y\left(n\right)\right)z(n,t), \quad (4)$$

где $\delta\left(s\right)=\begin{cases}1, & s=0\\0, & s\neq0\end{cases}$, $z(n,t)$ описывает состояние осциллятора в точке с координатами $x(n)$, $y(n)$ в момент времени t. Пространственная конфигурация ансамбля осцилляторов в волновом поле задается последовательностью $\{x\left(n\right),\ y(n)\}$, где $n=1,\ldots,N$.

Динамика активного источника, воздействующего на поле в точке с координатами $x(n)$, $y(n)$в момент времени t, описывается уравнением:

$$z\left(n,t+1\right)=d_1\left(z\right)z\left(n,t\right)-d_2\left(z\right)z\left(n,t-1\right)+ \\ +g\triangle u(x\left(n\right),y\left(n\right),t), \quad (5)$$

где

$$\triangle u\left(x\left(n\right),y\left(n\right),t\right)= \\ =u\left(x\left(n\right),y\left(n\right),t\right)-u(x\left(n\right),y\left(n\right),t-1).$$

Коэффициенты уравнения (5) нелинейно зависят от состояния осциллятора:

$$\begin{gathered}d_1=2\exp\left(\varepsilon\left(1-\alpha z^2\left(n,t\right)\right)\right)\cos\left(\beta\right),\\ d_2=\exp\left(2\varepsilon\left(1-\alpha z^2\left(n,t\right)\right)\right).\end{gathered} \quad (6)$$

При малой нелинейности ($\varepsilon\ll1$, $\varepsilon\alpha\ll1$), уравнение (5) переходит в дискретную модификацию уравнения Ван–дер–Поля рассмотренную в [4,8]. При этом β является частотой колебаний осциллятора.

Записи реализаций функции $u\left(x_i,\ y,\ t\right)i=1\ldots M$, $M=21$ равномерно распределённых по поверхности кольца позволяют получить спектральные и энергетические характеристики изменения волнового поля во времени.

Параметр упорядоченности H позволяет оценить когерентность колебаний во времени и регулярность пространственной структуры [6]:

$$H_{t,s}\left(m\right)=\frac{1}{L-1}\sum_{k=1}^{L-1}S_{t,s}\left(k,m\right)\ln(S_{t,s}(k,m)), \quad (7)$$

где L — объём выборки, k — номер гармоники дискретного преобразования Фурье, m — номер точки колебательного поля, в которой произведена запись для спектральной плотности временной реализации $S_t(k,m)$. Для $S_s(k,m)$ m — время записи распределения поля. Для $0.7\le H<1$ колебательный режим можно считать синусоидальным, для $H<0.6$ можно говорить о хаотическом режиме системы. Спектральные плотности и параметр упорядоченности вычислялись на последних $L=1200$ отсчетах стационарной части огибающей.

Гофрированная внутренняя граница определяется следующим образом:

$$r\left(\varphi\right)=r_i+A\sin^4(n_c\varphi), \quad (8)$$

где A — амплитуда гофры, n_c — число вариаций по азимутальному углу. На границе колебательного поля приняты нулевые граничные условия.

Проведено исследование влияния амплитуды гофры на формирование колебательных режимов, в ходе которого получен стационарный режим работы, демонстрирующий хаотическое поведение и принадлежащий классу сигналов описанных в [3,5]. В качестве эталонного сигнала был выбран режим описанный в работе [3] под номером 6. Временная энтропия полученного режима $H_t=0.8130$, пространственная $H_s=0.4868$. Пространственный спектр режима представлен на рис. 2.

На исследование формирования мод в колебательных режимах решающее значение оказывает расположение активных элементов в волновом поле. Для возбуждения одной из мод с заданным числом вариаций по азимуту n и радиусу m (собственная (n,m)–мода), необходимо определить координаты и частоту β в коэффициентах уравнения (5) нужным образом.При возбуждении собственной моды воздействие поля на активные элементы примем нулевым, $g=0$.

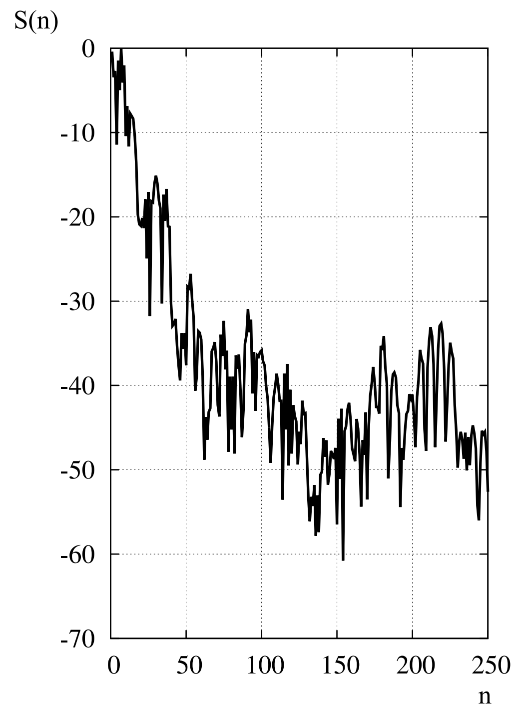

Рис. 2: Пространственный спектр.

Распределение волнового поля по координатам для собственной (n,m)-моды мало отличается от круглой области для принятых в работе параметров и опреде-

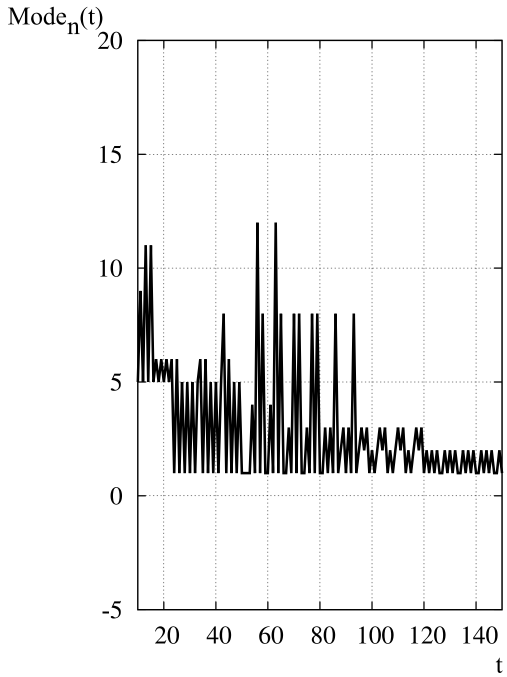

Рис. 3: Зависимость номера моды от времени.

ляется как:

$$u_{n,m}\left(x,y\right)=J_n\left(\frac{\mu_m^{(n)}r}{r_0}\right)\sin\left(n\varphi\right)\,, \qquad (9)$$

где $r=\sqrt{x^2+y^2}$, $\varphi=\arcsin\frac{y}{r}$, $\mu_m^{(n)}$ — m-й корень функции Бесселя $J_n\left(\mu\right)=0$. Осцилляторы были расположены на окружности радиусом r_s, который соответствует максимум радиальной зависимости моды:

$$r_s=r_{n,m}=\frac{r_0V_m^{(n)}}{\mu_m^{(n)}}, \qquad (10)$$

где $V_m^{(n)}$ — m-й корень производной функции Бесселя $J_n'\left(\mu\right)=0$. Частоты осцилляторов β_s были в среднем равны частоте моды $\beta_{n,m}=\dfrac{v\mu_m^{(n)}}{r_0}$:

$$\beta_s=\beta_{n,m}+\Delta\beta\zeta, \qquad (11)$$

где величина $\Delta\beta$ определяет разброс частот, а случайная величина ζ равномерно распределена в интервале $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$. В работах [2,7] описанный выше способ задания параметров ансамбля называется настройкой на (n,m)-моду, а колебательные режимы, формируемые ансамблями — (n,m)–модами. Будем придерживаться данной терминологии.

Используя описанный метод расстановки осцилляторов, была продемонстрирована возможность получения чистой моды, что говорит о высокой степени синхронизации ансамбля осцилляторов при данном расположении активных элементов.

Показано, как увеличение модуляции гофры, рассмотренное выше влияет на пространственную конфигурацию колебательной системы. При вводе модуляции, увеличивается количество мод (рис. 3). При наличии пространственного хаоса можно говорить,что введение модуляции гофры увеличивает количество энергии, которую может поглощать система.

[1] *Черепенин В. А.* УФН. **176**, №10. С. 1124. (2006).
[2] *Корниенко В. Н., Привезенцев А. П.* Радиотехника и электроника. **55**, №3. С. 362. (2010).
[3] *Корниенко В. Н., Привезенцев А. П.* Радиотехника и электроника. **57**, №2. С. 211. (2012).
[4] *Зайцев В. В.* Физика волновых процессов и радиотехнические системы. **11**, №4. С. 98. (2008).
[5] *Корниенко В. Н., Привезенцев А. П.* Радиотехника и электроника. **56**, №4. С. 417. (2011).
[6] *Корниенко В., Привезенцев А.* Порядок и хаос в динамике интенсивного потока пространственного заряда "Saarbrücken: LAP. (2012).
[7] *Корниенко В. Н., Привезенцев А. П.* Радиотехника и электроника. **56**, №4. С. 417. (2011).
[8] *Зайцев В. В., Давыденко С. В., Зайцев О. В.* Физика волновых процессов и радиотехнические системы. **3**, №2. С. 64. (2000).

Self-consistent dynamics by ensemble of the self-oscillators and two-dimensional coaxial field

S. P. Chernyavskiy

Department of Radiophysics and Electronics, Faculty of Physics, Chelyabinsk State University
Chelyabinsk 454001, Russia.
E-mail: pavlovich.1313@gmail.com

The research results of self-consistent dynamics by ensemble of the self-oscillators and two-dimensional coaxial field are presented. Results in field of modeling class of signals which have inhomogeneous space-time structure are presented. On the basis of computational experimentation methods formation modes in wave field and modulating effect of corrugation on this process are researched. The possibility of formation clear mode are showed.

PACS: 05.45.-a.

Keywords: nonlinear dynamics, chaos, distributed oscillating systems, oscillating field, ensemble of the self-oscillation.

Received 27.07.2015.

Сведения об авторе

Чернявский Сергей Павлович — аспирант кафедры радиофизики и электроники Челябинского Государственного Университета; тел.: 8 (963) 466-22-67, e-mail: pavlovich.1313@gmail.com.