Распространение и дифракция волн на упругих тонкостенных оболочках в неоднородных волноводах

В. Ю. Приходько*
Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики (технический университет), факультет электроники, кафедра высшей математики 2, Россия, 119454, Москва, пр. Вернадского, 78
(Статья поступила 10.11.2014; Подписана в печать 24.11.2014)

Получено асимптотическое решение задач дифракции нормальных волн на упругих, вытянутых оболочках в неоднородных по глубине волноводах. Рассмотрена теория оболочек типа Лява. Рассеянное поле представлено в виде суммы нормальных волн с амплитудами, выраженными в виде квадратур от смещений оболочки. Для вектора смещений оболочки в волноводе получена замкнутая система сингулярных дифференциальных уравнений, учитывающая влияние внешней среды. Рассмотрена задача излучения звука оболочкой, возбуждаемой системой распределенных по поверхности оболочки, сил. Для вытянутых оболочек вращения найдены асимптотики диаграмм направленности излученных звуковых полей.

PACS: 02+40+43 УДК: 534.2+539.3
Ключевые слова: нормальные волны, теория оболочек типа Лява, сингулярные дифференциальные уравнения, диаграмма направленности.

ВВЕДЕНИЕ

Выбор асимптотического метода решения задач дифракции на вытянутых телах зависит от волновых размеров тела. Напомним, что так называемое рэлеевское приближение, соответствующее волновому диапазону $kd \ll 1, kl \ll 1$, где d, l, k — геометрические характеристики тела и волновое число, было хорошо изучено еще в прошлом веке. Следующим шагом в этом направлении является приближение тела $kd \ll 1$, $kl \approx 1$, асимптотические решения для которого получены недавно при помощи метода двумасштабных разложений [2,3]. Диапазон вытянутого тела, характеризующийся соотношениями $kd \approx 1$, $kl \ll 1$ стал интенсивно исследоваться в последнем десятилетии благодаря прогрессу в области сингулярных дифференциальных уравнений, методам дифференциальной ортогональной прогонки и методу конечных элементов [2–4]. В настоящей работе будет рассмотрены диапазоны тонкого тела в однородной среде и вытянутого тела в неоднородной среде. Основное внимание уделено вычислению асимптотик диаграмм направленности, нахождению функциональных соотношений, связывающих характеристики рассеянного поля и спектральные характеристики волновода. Исследование проводится для вытянутых упругих оболочек вращения на основе варианта метода сращивания асимптотических разложений (МСАР) в однородной изотропной среде и асимптотик потенциалов простого и двойного слоев в неоднородных волноводах

*E-mail: prikhodi@mail.ru

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим упругую тонкостенную оболочку вращения S, со срединной поверхностью, описываемой в цилиндрической системе координат r, φ, z уравнением $r = \varepsilon F(z)$, где $\varepsilon = \dfrac{d}{l} \ll 1$; d — максимальный диаметр оболочки, l — ее длина, $z \in \left(-\dfrac{l}{2}, \dfrac{l}{2}\right)$; $F\left(\pm\dfrac{l}{2}\right) = 0$, $F(z) > 0$ Будем полагать, что $F(z)$ — достаточно гладкая функция z всюду, кроме куполов $z = \pm\dfrac{l}{2}$. Пусть на упругую оболочку, помещенную в однородную изотропную среду, падает плоская звуковая волна

$$p_{ins} = \exp(i\mathbf{k}, \mathbf{x}), \quad |\mathbf{k}| = k = \omega/c,$$
$$\mathbf{k} = k(\cos\phi_0 \sin\theta_0, \sin\phi_0 \sin\theta_0, \cos\theta_0).$$

Зависимость от времени $\exp(-i\omega t)$ везде опускаем. Рассмотрим диапазон частот $kl \approx 1$. Рассеянное оболочкой поле $p(\mathbf{x})$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)p = 0 \tag{1}$$

вне оболочки и условию Зоммерфельда на бесконечности

$$p = \exp(ikR)\,\Phi(\theta, \phi)/R + O(R^{-2}), \quad R \to \infty,$$

где сферическая система координат выбирается с тем же центром, что и центр вышеупомянутой цилиндрической системы координат. Упругая оболочка описывается следующими параметрами: h — полутолщина стенок, $\varepsilon_1 = 2h/d \ll 1$, E — модуль Юнга, ρ_p — плотность материала оболочки, ν —коэффициент Пуассона,

$c_p = \sqrt{E/\rho_p}$ — скорость продольных волн в стержне из материала оболочки. Срединная поверхность оболочки описывается системой дифференциальных уравнений движения и условиями контакта на срединной поверхности оболочки

$$L_i\mathbf{u} = \sum_{j=1}^{3}\left(h^2 n_{ij}/3 + l_{ij}\right)u_j - k_p^2 u_i = \gamma p_i,\ i = 1,2,3,$$
$$\frac{\partial}{\partial n}\left(p + p_{ins}\right) = \rho\omega^2 w\left(\bar{r}\right), \quad \bar{r} \in S. \tag{2}$$

Здесь n_{ij}, l_{ij} — дифференциальные операторы в частных производных, заданные на поверхности S и определяемые теорией тонкостенных оболочек (в настоящей работе используется моментная теория тонкостенных оболочек типа Лява в варианте и обозначениях работы [1]); u_1, u_2 — тангенциальные компоненты вектора смещений, $u_3 = w$ — прогиб, $\gamma = (2Eh)^{-1}$, $p_1 = p_2 = 0$, $p_3 = p + p_{ins}$, $k_p = \omega/c_p$, $\dfrac{\partial}{\partial n}$ — производная по направлению внешней нормали к срединной поверхности оболочки.

2. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ

Представим рассеянное оболочкой поле в виде суммы

$$p = p^{(r)} + p^{(e)}, \tag{3}$$

где $p^{(r)}$ — рассеянное поле абсолютно жёсткой поверхности S; $p^{(e)}$ — упругая составляющая рассеянного оболочкой поля. Из (1)–(3) следуют две краевые задачи для уравнения Гельмгольца

$$(\Delta + k^2)p^{(r)} = 0, \quad \frac{\partial p^{(r)}}{\partial n} = -\frac{\partial p_{ins}}{\partial n}, \quad \bar{r} \in S; \tag{4}$$

$$(\Delta + k^2)p^{(e)} = 0, \quad \frac{\partial p^{(e)}}{\partial n} = \rho\omega^2 w, \quad \bar{r} \in S. \tag{5}$$

Решение краевой задачи (5) будем искать в двух различных формах: одна из них дает асимптотику решения в ближней зоне [3], для переменной $\xi = r/\varepsilon$,

$$p^{(e)} = \sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m(p_{m0}^{(e)}(\xi,z) + p_{m1}^{(e)}(\xi,z)\ln\varepsilon),$$
$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{00}(\varphi,z) + \sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m(\mathbf{u}_{m0}(\varphi,z) + \mathbf{u}_{m1}(\varphi,z)\ln\varepsilon), \tag{6}$$

другая — в дальней зоне (внешнее разложение)

$$p^{(e)} = \sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m p_m^{(e)}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (5), (6) получим краевые задачи для искомых коэффициентов

$$\Delta_\xi p_{ij}^{(e)} = 0, \quad i = 1,2, \tag{8}$$

$$\Delta_\xi p_{ij}^{(e)} = -(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2)p_{i-2,j}^{(e)} \quad i = 3,4,\ldots \tag{9}$$

Здесь

$$\Delta_\xi = \frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\phi^2}.$$

Граничные условия получаем в виде рекуррентной системы

$$\frac{\partial p_{10}^{(e)}}{\partial\xi} = A\rho\omega^2(w_{00} + w_{00}\sin\phi + w_{00}\cos\phi),\ \bar{r} \in S;$$
$$\frac{\partial p_{11}^{(e)}}{\partial\xi} = 0,\ \frac{\partial p_{21}^{(e)}}{\partial\xi} = A\rho\omega^2 w_{11},\ \frac{\partial p_{20}^{(e)}}{\partial\xi} = A\rho\omega^2 w_{10}.$$

Для смещений оболочки, аналогично, получаем системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения

$$L\mathbf{u}_{00} = \gamma\exp(ik_3z), \quad \gamma = (0,0,\gamma),$$
$$L\mathbf{u}_{10} = \gamma\left(2iF(z)(k_x\cos\phi + k_y\sin\phi)\exp(ik_3z) + p_{10}^{(e)}\right),$$
$$L\mathbf{u}_{11} = \gamma p_{11}^{(e)},$$
$$L\mathbf{u}_{20} = \gamma(ik_3F(z)F'(z)\exp(ik_3z)\ln F(z) + p_{20}^{(e)}).$$

Внешнее разложение (7) будем искать в виде потенциалов простого и двойного слоев, сосредоточенных на отрезке оси вращения. Используя асимптотики потенциалов в дальней зоне

$$\Pi(\nu_1,R) = \frac{\exp(ikR)}{R}\times$$
$$\times\int_{-l/2}^{l/2}\exp(-ikt\cos\theta)\nu_1(t)dt + O(1/R^2)$$

и в ближней зоне [3], находим первое приближение:

$$p_{10}^{(e)} = AF(z)\rho\omega^2 w_{00}. \tag{10}$$

Для нахождения второго приближения получаем краевую задачу

$$\Delta_\xi p_{20}^{(e)} = 0,$$
$$\frac{\partial p_{20}^{(e)}}{\partial\xi} = A\rho\omega^2(w_{10}^{(0)} + w_{10}^{(1)}\cos\phi + w_{10}^{(2)}\sin\phi).$$

Прогибы оболочки удовлетворяют замкнутым системам уравнений движения оболочки для гармоник с $m = 0,1$

$$L_0\mathbf{u}_{10}^{(0)} = -AF\rho\omega^2\gamma w_{00}\ln F(z),$$
$$L_1\mathbf{u}_{10}^{(1)} = 2\gamma ikF(z)\sin\theta_0\cos\phi_0\exp(ik_3z), \qquad (11)$$
$$L_1\mathbf{u}_{10}^{(2)} = 2\gamma ikF(z)\sin\theta_0\sin\phi_0\exp(ik_3z).$$

Для квадратичного члена разложения получаем выражение

$$p_{20}^{(e)} = -AF(z)\rho\omega^2 w_{10}^{(0)}\ln r + O(\varepsilon^3\ln\varepsilon). \qquad (12)$$

Здесь смещение $w_{10}^{(0)}$ связаны с осесимметричным смещением w_{10} первым из рекуррентных соотношений (10). Жесткая составляющая ближнего поля находится в виде

$$p_{20}^{(r)} = F^2(z)(\frac{i}{r}(k_x\cos\phi + k_y\sin\phi) + \ln r(ik_3\frac{F'}{F}+ + \frac{k^2-k_3^2}{2}))\exp(ik_3z) + O(\varepsilon^3\ln\varepsilon). \qquad (13)$$

Таким образом, ближнее поле определяется с помощью формул (10)–(13) в виде

$$p = \varepsilon p_{10}^{(e)} + \varepsilon^2(p_{20}^{(e)} + p_{20}^{(r)}) + \varepsilon^2\ln\varepsilon p_{21}^{(r)}. \qquad (14)$$

Диаграмму направленности рассеянного поля также можно представить в виде суммы жесткой и упругой составляющих

$$\begin{gathered}\Phi = \Phi^{(e)} + \Phi^{(r)},\\ \Phi^{(e)} = \frac{\rho\omega^2}{2}\int_{-l/2}^{l/2}(\varepsilon w_{00}^{(0)} + \varepsilon^2 w_{10}^{(0)})AF\exp(-ikt\cos\theta)dt,\\ \Phi^{(r)} = \frac{\varepsilon^2}{4}\{2k\sin\theta(k_x\cos\phi + k_y\sin\phi)\int_{-l/2}^{l/2}F^2\exp(it(k_3-k\cos\theta))dt-\\ -\int_{-l/2}^{l/2}((k^2-k_3^2)F^2 + 2ik_3FF')\exp(it(k_3-k\cos\theta))dt\} + O(\varepsilon^3\ln\varepsilon).\end{gathered} \qquad (15)$$

Отметим, что в работе [4] рассмотрен более высокий диапазон частот, поэтому диаграмма направленности содержит весь спектр гармоник.

3. НЕОДНОРОДНЫЙ ВОЛНОВОД

Рассмотрим теперь случай неоднородной среды с волноводными свойствами. Пусть в декартовой системе координат (x, y, z) водный слой $H_1 \geq x \geq 0$ имеет переменные по глубине плотность $\rho(x)$ и скорость звука $c(x)$. Предполагается, что на некоторой глубине скорость имеет минимум. При $H_2 \geq x > H_1$ расположен упругий неоднородный слой с переменной плотностью $\rho_1(x)$ и параметрами Ляме $\lambda_1(x)$ и $\mu_1(x)$. При $H_2 \geq x > H_1$ расположено упругое полупространство с постоянными ρ_2, λ_2 и μ_2. Пусть на упругую оболочку S в водном слое падает нормальная волна с вещественным волновым числом α_n

$$p_{ins} = H_0^{(1)}(\alpha_n|r_1 - r_1'|)\,p(\alpha_n, x). \qquad (16)$$

Здесь (x, r_1, θ) — цилиндрическая система координат с центром x_0, совпадающим с центром оболочки, $|r_1| = (y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}$, $|r_1'| = (y'^2+z'^2)^{\frac{1}{2}}$ — расстояние от источника падающей волны до центра S, $p(\alpha_n, x)$ — собственная функция поперечного сечения, соответствующая волновому числу α_n, $H_0^{(1)}$ — Функция Ханкеля первого рода. Рассеянное поле удовлетворяет уравнению

$$\rho\,\mathrm{div}\left(\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}\,p\right) + \frac{\omega^2}{c^2}p = 0, \quad x \notin S \qquad (17)$$

и краевым условиям (2) на поверхности S.

Решения задачи будем искать аналогично случаю для однородного уравнения Гельмгольца (1). Так как в уравнение (17) входят переменные коэффициенты, то в цилиндрической системе координат (r, φ, z), связанной с осью вращения S, уравнение (17) можно представить в виде

$$\left(\Delta + \Delta_\rho + \frac{\omega^2}{c^2}\right)p = 0. \qquad (18)$$

Здесь $\Delta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ — оператор Лапласа в цилиндрической системе координат, $\Delta_\rho = \dfrac{\rho}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{r}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right)$.

В случае стратифицированной по оси x среды имеем $p = p(r\cos\varphi)$, $c = c(r\cos\varphi)$,

$\Delta_\rho = \dfrac{\rho'}{\rho}\left(\cos\varphi r\dfrac{\partial}{\partial r} - \dfrac{\sin\varphi}{r}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\right)$, где ρ' — производная плотности по аргументу. Сделаем замену переменных $\xi = r/\varepsilon$ и запишем уравнение (18) в ближней зоне для жесткой составляющей рассеянного поля

$$\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\Delta_\xi + \frac{1}{\varepsilon}\Delta_{\rho\xi} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2(x)}\right)p^{(r)} = 0, \qquad (19)$$

где

$$\Delta_\xi = \frac{1}{\xi}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi\frac{\partial}{\partial\xi}\right) + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2},$$

$$\Delta_{\rho\xi} = \frac{\rho'}{\rho}\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\xi} - \frac{\sin\varphi}{\xi}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right).$$

Будем искать решение уравнения (19) в виде

$$p^{(r)} = \sum_{m=1}^{\infty}\varepsilon^m\left[p_{m0}(\xi,\varphi,z) + \ln\varepsilon\, p_{m1}(\xi,\varphi,z)\right]. \qquad (20)$$

После подстановки (20) в (19) получаем рекуррентную систему уравнений Пуассона

$$\Delta p_{1i} = 0, \quad \Delta p_{2i} = -\Delta_{\rho\xi}p_{1i},$$
$$\Delta p_{3i} = -\Delta_{\rho\xi}p_{2i} - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 + \Delta_{\rho\xi}\right)p_{1i}, \ldots \quad i = 0, 1. \qquad (21)$$

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Процедура нахождения краевых условий для системы (21) зависит от координат расположения источника. В случае ближнего источника падающую волну представляем по формуле Графа в виде расходящейся системы цилиндрических волн. Затем разлагаем функции Ханкеля в ряды по степеням ε и переходя к внутренним переменным получаем необходимые краевые условия во внутренних переменных. Затем производим суммирование. Более простым является случай удаленного источника. Тогда для преобразования аргумента функции Ханкеля можно использовать малый параметр ($|r_1|/|r_1'| \ll 1$). Используем разложение $|r - r'| = |r'| + |r_1|\cos(\theta - \theta_0) + O\left(|r_1|^2/|r_1'|^2\right)$, где $\theta_0 = \operatorname{arctg}(y'/z')$, $\theta = \operatorname{arctg}(y/z)$, угол θ_0 является аналогом угла скольжения для цилиндрической волны вдоль оси z. Теперь, на основании асимптотик функций Ханкеля можно записать падающую волну и ее нормальную производную во внутренних переменных и получить краевые условия для членов ряда внутреннего разложения. Таким образом, получается замкнутая цепь краевых задач для рекуррентной системы уравнений Пуассона (21).

Аналогично случаю однородной среды, главный член асимптотики ищется в виде потенциалов простого и двойного слоев, сосредоточенных на отрезке $[-l/2, l/2]$.

Например, плотность потенциала простого слоя можно представить в следующем виде

$$\nu = 2\pi FAi\alpha_n p(\alpha_n, x)\left(F'\cos\theta_0 - \frac{i\alpha_n}{2}F\sin^2\theta_0\right).$$

В результате, находим главный член асимптотики жёсткой составляющей рассеянного оболочкой поля

$$p^{(r)} = \frac{1}{\pi}\sum_{\alpha_m\in R^+}\left(\alpha_m\alpha_n|r||r'|\right)^{-1/2}e^{i\left(\alpha_m|r_1| + \alpha_n|r_1'|\right)}p(\alpha_m, x)\times$$
$$\times\int_{-l/2}^{l/2}\left\{\alpha_n p(\alpha_m, x_0)\,p(\alpha_n, x_0)\left[\alpha_m S(z')\sin\theta\sin\theta_0 - \alpha_n S(z')\sin^2\theta_0 - iS'(z')\cos\theta_0\right]\right\}\times$$
$$\times\exp\left[i\left(a_n z'\cos\theta_0 - a_m z'\cos\theta\right)\right]dz,$$

где $S = \pi\varepsilon^2F^2(z)$ — площадь поперечного сечения оболочки.

Аналогичную процедуру производим и для нахождения упругой составляющей рассеянного поля. В результате получаем выражение для главного члена асимптотики

$$p_1^{(e)} = \rho\omega^2\sum_{\alpha_m\in R^+}\sqrt{\frac{2\pi}{\alpha_m|r|}}\,p(\alpha_m, x_0)\,p(\alpha_m, x)\,e^{i(\alpha_m|r_1| - \pi/4)}\int_{-l/2}^{l/2}AFw_{\circ\circ}(z)\,e^{-i\alpha_m z'\cos\theta}dz'.$$

Здесь $w_{\circ\circ}(z')$ — прогиб осесимметричной гармоники оболочки, являющийся решением краевой задачи для оператора теории упругих оболочек (3). Отделяя угловую зависимость, получаем замкнутую краевую задачу для уравнений движения гармоник оболочки:

$$\frac{d\bar{V}^{(m)}}{dz} = D^{(m)}(z)\,\bar{V}^{(m)} + \bar{g}^{(m)}, \quad -1/2 < z < 1/2, \quad (22)$$

где новая безразмерная независимая переменная z/l обозначена через z, $\bar{V}^{(m)} = \|V_1, V_2, ..., V_8\|^t$, знак t означает транспонирование, $V_1^{(m)} = u_1^{(m)}/d$, $V_2^{(m)} = u_2^{(m)}/d$ — тангенциальные (продольная и поперечная) безразмерные компоненты вектора смещений оболочки гармоники номера m , $V_3^{(m)} = w^{(m)}/d$ — прогиб, остальные компоненты вектора $\bar{V}^{(m)}$ являются составляющими изгибающих моментов и перерезывающих сил, $D^{(m)}$ — (8x8)-матрица для $m \neq 0$ и (6x6)-матрица для $m = 0$. В частности, для осесимметричной гармоники, матрица $D^{(0)}$является гамильтоновой и имеет следующую структуру

$$D^{(0)} = \left\| \begin{matrix} Q & \mathrm{T} \\ R & -Q^t \end{matrix} \right\|,$$

Q, R, T — (3x3)-матрицы:

$$\mathrm{T} = diag\left\| T_{11}, 0, \frac{12T_{11}}{\varepsilon_1^2} \right\|,$$

$$T_{11} = \frac{A(z)(1-\nu^2)}{\varepsilon F(z)}$$

,

$$R_{11} = \frac{R_2}{\varepsilon}\left[\left(\frac{\varepsilon F'}{R_2}\right)^2 - q^2\right],$$

$$R_{21} = R_{12} = -\frac{F'}{R_2}R_{22} = \frac{R_2}{\varepsilon}\left(\frac{1}{R_2^2} - q^2 + B(z)\right),$$

$$R_{32} = R_{23} = 0, \quad R_{33} = \varepsilon\varepsilon_1^2\frac{(F'(z))^2}{12R_2^2},$$

$$Q = \left\| \begin{matrix} \frac{-\nu F'(z)}{F(z)} & \frac{\nu}{\varepsilon F(z)} - \frac{\varepsilon F''(z)}{A^2(z)} & 0 \\ \frac{\varepsilon F''(z)}{A^2(z)} & 0 & \frac{A(z)}{\varepsilon} \\ 0 & 0 & \frac{-\nu F'(z)}{F(z)} \end{matrix} \right\|,$$

$$q = \omega d/c_p, \quad B = -\frac{\rho c q R_2 H_m(\mathrm{q})}{\rho_p c_p \varepsilon\varepsilon_1 H_m'(\mathrm{q})},$$

$$A = \sqrt{1+\varepsilon^2 F}, \quad R_1 = -\frac{A^3}{\varepsilon^2 F''}, \quad R_2 = AF$$

Все компоненты вектор–функции

$$\bar{g}^{(0)} = \|g_1, g_2, ..., g_6\|,$$

описывающей внешнюю нагрузку в системе (22), равны нулю, за исключением

$$g_3 = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha_n|r_1'|}}\,e^{i\left(\alpha_n|r_1'| + \alpha_n z'\cos\theta_\circ - 3\pi/4\right)}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Строгая математическая постановка задачи дифракции волн на упругой оболочке в безграничной сжимаемой среде сведена к внешней обобщенной краевой задаче для уравнения Гельмгольца, с граничным условием на срединной поверхности оболочки в виде системы дифференциальных уравнений теории оболочек. Для сингулярной системы уравнений движения оболочки поставлены граничные условия в двух особых точках $z = \pm l/2$, являющихся полюсами оболочки. Отметим, что в особых точках, следуя теории сингулярных дифференциальных уравнений, необходимо задать краевые условия, зависящие от формы куполов оболочки. Для каждой функции $F(z)$, описывающей форму куполов, требуется специальное исследование постановки и переноса краевых условий из особых точек. В настоящее время перенос краевых условий из особых точек исследован только для двух форм куполов: сфероидального и сферического [2,3].

[1] *Гольденвейзер А.Л., Лидский В.Б, Товстик П.Е.* Свободные колебания тонких упругих оболочек. (М.: Наука, 1979).

[2] *Абрамов А.А., Конюхова Н.Б., Парийский Б.С., Курочкин С.В., Приходько В.Ю.* Журнал вычислительной математики и математической физики. **33**, №10. С. 1550. (1993).

[3] *Федорюк М.В.* Акуст. журн. **27**, №4. С. 605. (1981).

[4] *Приходько В.Ю.*. Акуст. журн. **33**, №1. С. 83. (1987).

Propagation and waves diffraction by elastic thin-walled shells in the inhomogeneous waveguards

V. Yu. Prikhod'ko

Moscow Institute of Radio Engineering, Electronics and Automation (technical university), Faculty of Electronics
Moscow 119454, Russia
E-mail: prikhodi@mail.ru

The asymptotic solution tasks of normal waves diffraction by elastic thin-walled shells in the inhomogeneous waveguards have been found. The theory of motion of an elastic thin-walled shells Love type have conceded. In the report the scattering field objects are presented in the sum of normal waves these amplitudes, describable the integrals of shell displacements.

The closed system of the singular differential equations for shell displacements in the waveguard, these influence external medium, have been found. The task sound shell radiation exited suffers shell forces have conceded. The asymptotic form of the directivity pattern sound radiation of prolate shell of revolution have been found.

PACS: 02+40+43

Keywords: normal waves, theory of shells Love type, singular differential equations, directivity pattern.

Received 10.11.2014.

Сведения об авторе

Приходько Вячеслав Юстинович — докт. физ.-мат. наук , профессор кафедры ВМ2 МГТУ МИРЭА; тел.: 8-905-5647028, e-mail: prikhodi@mail.ru.