

Характеристики поглощения резонатора Гельмгольца

А. И. Комкин^{1,*} М. А. Миронов^{2†}

¹Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана,
Россия, 105005, Москва, ул.2-я Бауманская, д. 5

²Акустический институт имени акад. Н.Н.Андреева, Россия, 117036, Москва, ул. Шверника, д. 4
(Статья поступила 15.11.2014; Подписана в печать 08.12.2014)

Работа посвящена исследованию поглощающих характеристик торцевого резонатора Гельмгольца в канале. Рассматриваются модели резонатора Гельмгольца без учета и с учетом наличия в полости резонатора пристеночного пограничного слоя. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, полученными при измерениях акустических характеристик резонатора в импедансной трубе.

PACS: 43.50.Gf

УДК: 534.833.5

Ключевые слова: резонатор Гельмгольца, поглощение, тепловой пограничный слой.

ВВЕДЕНИЕ

Резонатор Гельмгольца относится к основным элементам глушителей шума. При его проектировании диссипативные потери в резонаторе обычно не учитывают, а если и учитываются, то, как правило, ограничиваются рассмотрением вязких потерь в его горле [1,2]. Вместе с тем диссипативные потери в резонаторе могут приводить к значительному поглощению энергии падающей на него звуковой волны, а при определенных условиях и к изменению и собственной частоты резонатора. Некоторые аспекты решения этой проблемы рассмотрены в работах [3–6]. Но, тем не менее, в целом она требует более подробного рассмотрения.

Целью данной работы является теоретическая оценка влияния диссипативных потерь в торцевом резонаторе Гельмгольца на его акустические характеристики и сравнение полученных данных с результатами экспериментальных исследований.

1. ПРОСТЕЙШАЯ МОДЕЛЬ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

В простейшей модели резонатора Гельмгольца считается, что его можно рассматривать как аналог простой механической колебательной системы. При этом колеблющейся массой M здесь является эффективная масса воздуха в горле резонатора, а акустическая жесткость C определяется упругими свойствами воздуха в объеме V . Кроме того, учитываются потери на трение в горле резонатора, оцениваемые коэффициентом сопротивления вязкого трения R_v . Входной импеданс торцевого резонатора Z , равный отношению звукового давления k колебательной скорости плоской волны

в канале у входа в резонатор, определяется соотношением

$$Z = R_v l m + i (m/S_0) (\omega M - C/\omega), \quad (1)$$

где $m = S/S_0$; S — площадь поперечного сечения канала; S_0 — площадь поперечного сечения горла резонатора; l — длина горла резонатора; ω — угловая частота.

Собственная частота резонатора, определяемая равенством нулю мнимой части импеданса, $\omega_0 = \sqrt{C/M}$. При этом жесткость $C = \rho c^2 S_0^2 / V$, где ρ , c — соответственно плотность среды и скорость звука в ней, определяемая через адиабатическую сжимаемость среды β_a [7]: $c^2 = 1/(\rho\beta_a)$. С учетом этого нормированный входной импеданс резонатора

$$Z' = \frac{Z}{\rho c} = R'_v m + i \frac{cS}{V\omega_0} \left(\Omega - \frac{1}{\Omega} \right), \quad (2)$$

где Ω — безразмерная частота, $\Omega = \omega/\omega_0$; R'_v — нормированное сопротивление трения,

$$R'_v = R_v l (\rho c) = (2l/c) \sqrt{2\gamma\nu\omega/S_0},$$

γ — показатель адиабаты; ν — кинематическая вязкость среды. Для воздушной среды полагаем $\gamma = 1,4$ и $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

На основании этого определяем коэффициент отражения для рассматриваемого торцевого резонатора $R = (Z' - 1) / (Z' + 1)$.

На рис. 1 представлены полученные на основании приведенных формул графические зависимости действительной $\text{Re}(R)$ и мнимой $\text{Im}(R)$ частей коэффициента отражения для торцевого резонатора Гельмгольца от безразмерной частоты Ω для двух значений относительной длины горла резонатора l/d_0 . В качестве собственной частоты резонатора ω_0 , в явном виде входящей в мнимую часть формулы (2), принималась ее оценка, получаемая по результатам проведения экспериментальных исследований рассматриваемого торцевого резонатора Гельмгольца. Характерной особенностью представленных графиков является то, что на

*E-mail: akomkin@mail.ru

†E-mail: mironov@akin.ru

собственной частоте системы, при $\Omega = 1$, мнимая часть коэффициента отражения $\text{Im}(R)$ принимает нулевое значение, а его действительная часть коэффициента отражения $\text{Re}(R)$ и его модуль $|R|$ принимают минимальное значение (без учета трения $\min[\text{Re}(R)] = -1$, а $|R| = 1$). При этом значение коэффициента поглощения $\alpha^2 = 1 - |R|^2$ соответствует максимуму. Кроме того, как следует из представленных данных, увеличение трения в горле резонатора, происходящее с увеличением длины горла, приводит к уменьшению значения минимума действительной части коэффициента отражения и в тоже время к уменьшению диапазона изменений значения мнимой части коэффициента отражения. Заметим также, что увеличение длины горла резонатора приводит к уменьшению ширины резонансной кривой, что также следует из общего анализа акустических характеристик резонатора Гельмгольца [8].

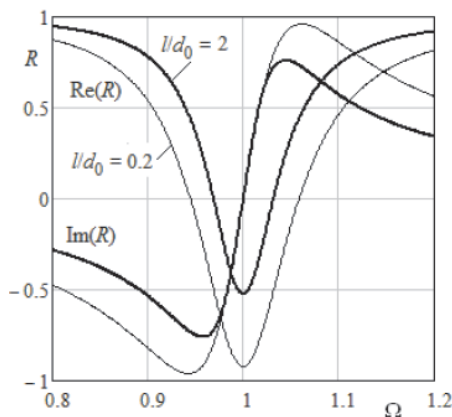


Рис. 1: Зависимость входного импеданса резонатора от относительной длины его горла

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Исследовавшийся в работе торцевой резонатор размещался в измерительной трубе диаметром $D = 99$ мм, диаметр горла резонатора $d_0 = 10$ мм, диаметр его цилиндрической полости $d = 92$ мм (рис. 2). Рассматривались резонаторы с длиной горла l равной 2 и 20 мм. Глубина резонатора L при исследовании варьировалась в диапазоне от 32 мм до 5 мм. При проведении экспериментальных исследований по оценке акустических характеристик резонатора звуковое поле в измерительной трубе генерировалось динамиком, размещенным в торце измерительной трубы и подключенным к генератору белого шума. Звуковое поле в трубе регистрировалось микрофонами в точках 1 и 2 и оцифровывалось двухканальным АЦП. Далее вычислялись комплексные спектры сигналов, по известным формулам определялись комплексные амплитуды прямой и отраженной звуковых волн, коэффициент от-

ражения, коэффициент поглощения, входной импеданс резонатора в точке 3.

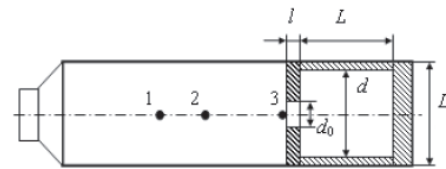


Рис. 2: Торцевой резонатор Гельмгольца

Полученные результаты экспериментальных исследований показывают, что чем больше глубина резонатора, тем большее значение коэффициента поглощения на резонансе ей соответствует. С уменьшением глубины резонатора не только уменьшается поглощение резонатора, но уменьшается и диапазоны изменений действительной и мнимой частей коэффициента отражения. С уменьшением длины горла поглощение на резонансе увеличивается, откуда можно заключить, что основным фактором определяющим поглощение в резонаторе является потери в термо-вязком пограничном слое в полости резонатора. Кроме того, как и следовало ожидать, увеличение длины горла резонатора приводит к уменьшению ширины резонансных кривых. На рис. 3 представлены графики акустических характеристик резонатора Гельмгольца с длиной горла $l = 2$ мм и глубиной полости $L = 32$ мм, которые показывают, что данной конфигурации соответствует небольшая величина модуля коэффициента отражения $|R|$ и высокое значение коэффициента поглощения α^2 .

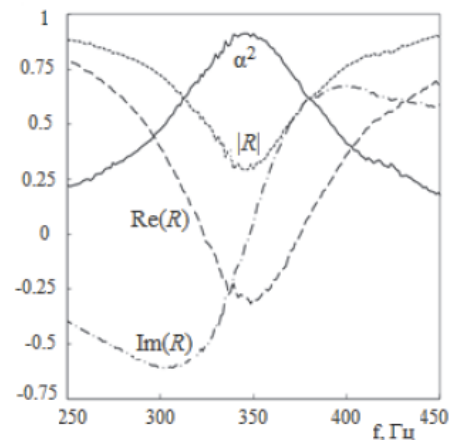


Рис. 3: Акустические характеристики торцевого резонатора Гельмгольца

Если сравнить эти экспериментальные данные с представленными выше расчетными характеристиками, то наблюдаются существенные отличия, которые сводятся к тому, что расчетное значение коэффициента поглощения резонатора заметно меньше измеренного значения. Это свидетельствует о том, что в действи-

тельности в резонаторе Гельмгольца имеют место существенно большие потери звуковой энергии, чем те, которые обусловлены вязким трением в горле резонатора и учитываются в рассмотренной выше простейшей модели резонатора.

3. УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Учитывая это обстоятельство, была рассмотрена более общая модель резонатора Гельмгольца, в которой учитывалось наличие в полости резонатора пристеночного термопогранслоя (см. напр. [3]). Условно пограничный слой в полости резонатора Гельмгольца выделены на рис. 4 пунктирной линией. При этом в полости скорость движения среды мала, поэтому там можно рассматривать только тепловой пограничный слой [9], глубина которого $\delta_\chi = \sqrt{2\chi/\omega}$, где χ — температуропроводность среды. Заметим, что величина δ_χ мала по сравнению с характерными размерами резонатора. Учитывая, что для воздушной среды $\chi = 2,1 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, а собственные частоты рассматриваемого резонатора изменяются в диапазоне нескольких сотен герц, находим, что глубина рассматриваемого теплового погранслоя составляет десятые доли миллиметра. При этом, несмотря на его кажущуюся бы незначительность, учет теплового погранслоя может оказать, как мы покажем далее, заметное влияние на акустические характеристики резонатора.

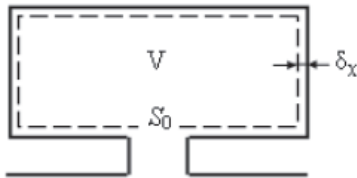


Рис. 4: Тепловой пограничный слой в полости резонатора

Предполагаем, что движение среды в горле резонатора имеет поршневой характер. Смещение частиц в горле χ приводит к объемному смещению среды в полости резонатора на величину $Q = S_0\xi$. Полость резонатора, в которую поступает объемное смещение Q , разбивается на две части — объемную и поверхностную. Поверхностная часть прилегает к поверхности полости и имеет толщину, равную глубине проникновения тепловой волны δ_χ . Объем поверхностной части равен $V_s = S_s\delta_\chi$, где S_s — площадь поверхности полости резонатора. Объемная часть полости резонатора занимает оставшийся объем $V_v = V - V_s$. При этом входное смещение Q равняется сумме объемных смещений поверхностной Q_s и объемной Q_v частей. Входное смещение приводит к возникновению в полости резонатора давления P .

В объемной части под действием давления P среда сжимается адиабатически, так что ее объемное смещение Q_v , определяемое через адиабатическую сжимаемость среды β_a равно: $Q_v = V_v\beta_a P$. В то же время, в поверхностной части под действием давления P среда сжимается изотермически. Объемное смещение этой части Q_s определяется через изотермическую сжимаемость среды β_i и является комплексной величиной: $Q_s = [(1+i)/\sqrt{2}] V_s\beta_i P$. При этом отношение сжимаемостей среды β_i/β_a . Приравняем сумму объемных смещений в полости входному объемному смещению:

$$\left\{ V_v\beta_a + \left[(1+i)/\sqrt{2} \right] V_s\beta_i \right\} P = S_0\xi. \quad (3)$$

Далее, полагая, что действующая на среду в полости сила $F = PS_0$ получим с учетом (3) следующее выражение для комплексной жесткости полости резонатора:

$$C_k = \frac{F}{\xi} = \frac{S_0^2}{\beta_a V (1 + (1+i)a)} = \frac{\rho c^2 S_0^2}{V (1 + (1+i)a)}, \quad (4)$$

где

$$a = \frac{(\gamma - 1) V_s}{\sqrt{2} V} = (\gamma - 1) \frac{S_s}{V} \sqrt{\frac{\chi}{\omega}}.$$

Заметим, учитывая малую глубину теплового погранслоя в полости резонатора, что для большинства практических случаев $a \ll 1$. Выделяя в (4) мнимую и действительную часть, получим в пренебрежении величинами второго порядка малости

$$C_k = \frac{\rho c^2 S_0^2}{V} \left[\frac{1 + a + ia}{1 + 2a} \right] = C_e \left[1 + i \frac{a}{1 + a} \right], \quad (5)$$

где

$$C_e = \rho c^2 S_0^2 / V_e,$$

$$V_e = V(1 + 2a)/(1 + a).$$

При этом величины C_e и V_e можно рассматривать как эффективные жесткость и объем резонатора. С учетом этого формула (2) для нормированного входного импеданса резонатора преобразуется к виду:

$$Z' = \frac{2lm}{c} \sqrt{\frac{2\gamma\nu\omega}{S_0}} + \frac{cS}{V_e\omega} \frac{a}{(1+a)} + i \frac{cS}{V_e\omega_{0k}} \left(\Omega_k - \frac{1}{\Omega_k} \right), \quad (6)$$

где $\Omega_k = \omega/\omega_{0k}$; $\omega_{0k} = \sqrt{C_e/M}$ — скорректированная собственная частота резонатора.

Учитывая соотношение

$$C_e = C(1+a)/(1+2a) \approx C(1-a),$$

получим, что собственная частота резонатора ω_0 и ее скорректированное значение ω_{0k} связаны между собой соотношением

$$\omega_{0k} = \omega_0(1 - a)^{1/2} \approx \omega_0(1 - a/2), \quad (7)$$

так что относительное изменение частоты

$$\Delta\Omega = (\omega_0 - \omega_{0k})/\omega_0 \approx a/2. \quad (8)$$

Таким образом, учет теплового погранслоя в полости резонатора приводит к смещению собственной частоты резонатора в сторону более низких частот. Помимо этого, это приводит к появлению в резонаторе дополнительных потерь, описываемых в формуле (6) для входного импеданса резонатора вторым слагаемым. В отличие от первого слагаемого в (6), определяющего вязкие потери в горле резонатора и пропорциональные $\omega^{1/2}$, тепловые потери, определяемые вторым слагаемым в этом выражении, пропорциональны $\omega^{-3/2}$. Следовательно, эти два вида потерь при изменении частоты изменяются в разных направлениях.

Для случая, когда полость резонатора является цилиндрической с диаметром d и длиной L , входящий в приведенные выше выражения параметр a приводит к виду:

$$a = (\gamma - 1) \left(1 + \frac{2L}{d} \right) \frac{2}{L} \sqrt{\frac{\chi}{\omega}}. \quad (9)$$

4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА И ЭКСПЕРИМЕНТА

Как показывают приведенные в таблице данные эксперимента и численного расчета приводят к близким результатам только при $L \geq 20$ мм. При меньших глубинах резонатора эксперимент дает заметно меньшие значения собственной частоты резонатора, чем численный расчет, причем с уменьшением глубины это различие возрастает. Использование корректирующей аналитической поправки позволяет несколько уменьшить разницу в расчетных и экспериментальных данных, но, тем не менее, при малых L она все еще остается заметной.

Далее были проведены вычисления коэффициента поглощения торцевого резонатора Гельмгольца $\alpha = 1 - |R|^2$. Результаты вычислений для резонатора с глубиной полости $L = 5$ мм, представленные на рис. 5 по-

казывают, что учет теплового погранслоя в полости резонатора позволяет существенно повысить (более чем в два раза) значение коэффициента поглощения на его собственной частоте. Вместе с тем, если сравнить полученные расчетные значения с экспериментальными данными [6], то здесь также имеются значительные различия. Измеренные значения коэффициента поглощения почти в два раза превышают расчетные значения, соответствующие модели с тепловым погранслоем в полости резонатора. При этом и ширина резонанса на экспериментальной кривой заметно больше той, что соответствует расчетным данным.

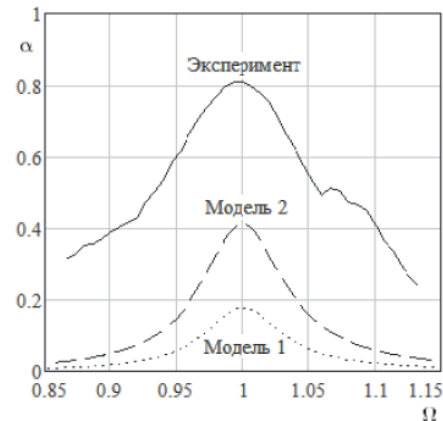


Рис. 5: Оценки коэффициента поглощения торцевого резонатора Гельмгольца

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что в действительности в полости резонатора имеют место гораздо большие потери, чем те, что учитываются в рассмотренной расчетной модели с тепловым погранслоем. Поэтому требуются дальнейшая работа по совершенствованию математической модели резонатора Гельмгольца с тем, чтобы добиться большего соответствия между расчетными и экспериментальными данными.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00703).

- [1] *Ingard U. J.* Acoust. Soc. Am. **25**, N 6. P. 1037. (1953).
 [2] *Ingard U. J.* Acoust. Soc. Am. 1948. **20**, N 5. P. 665. (1948).
 [3] *Nolle A.W. J.* Acoust. Soc. Am. 1953. **25**, N 1. P. 32. (1953).

- [4] *Велижанина К.А., Вощукова Е.А., Свирина Л.Д.* Акуст. журн. **31**, № 3. С. 386. (1985).
 [5] *Велижанина К.А., Вощукова Е.А., Нефедов Н.Н.* Акуст. журн. **32**, № 3. С. 114. (1986).
 [6] *Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И.* Сб. трудов

- XXVII сессии РАО. С. 706. (СПб. 2014).
[7] *Исакович М.А.* Общая акустика. (М.: Наука, 1973).
[8] *Комкин А.И.* Акустика неоднородных сред. Вып. 12. С. 77. (М.: ГЕОС, 2012).

- [9] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Гидродинамика. (М.: Наука, 1988).

Absorption characteristics of a Helmholtz resonator

A. I. Komkin¹, M. A. Mironov^{2,b}

¹*Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russia*

²*Andreyev Acoustic Institute, Moscow 117036, Russia*

E-mail: ^aakomkin@mail.ru, ^bmironov@akin.ru

The work is devoted to the study of absorption characteristics of the Helmholtz resonator in the channel. Discusses models of the Helmholtz resonator with and without taking into account the presence in the cavity resonator the wall boundary layer. The results of the calculations are compared with experimental data obtained when measuring the acoustic properties of the resonator in the impedance tube.

PACS: 43.50.Gf

Keywords: Helmholtz resonator, absorption, thermal boundary layer.

Received 15.11.2014.

Сведения об авторах

1. Комкин Александр Иванович — док. тех. наук, доцент, профессор; тел.: (499) 263-68-93, e-mail: akomkin@mail.ru.
2. Миронов Михаил Арсеньевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, начальник лаборатории; e-mail: mironov_ma@mail.ru.