

Неоднородные акустические волны малой интенсивности

Х. Б. Толипов*

*Южно-Уральский государственный университет,
Россия, 454080 Челябинск, проспект Ленина, 76
(Статья поступила 17.10.2014; Подписана в печать)*

Выполнен анализ обладающих неоднородной формой локализованных структур акустических волн. В определенных условиях процесс распространения волн сопровождается в ходе движения непрерывным нелинейным спадом амплитуды смещений, и излучением объемных волн, что позволяет выделить их как новый класс волн малой интенсивности с неоднородной структурой. Обнаружено новое физическое явление, неизвестное в технической литературе. Выявлена специфическая разновидность волн со сложной структурой, распространяющаяся вдоль ребра по устойчивой траектории.

PACS: 43.25 +y

УДК: 534.2

Ключевые слова: нелинейные волны, стоячая волна, волновое сопротивление, релеевская волна, математическая модель.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматриваемые в настоящей работе нелинейные процессы возникают при малых интенсивностях колебаний. Характерной особенностью этих волн является нелинейная зависимость амплитуд смещений от поперечной или продольной координат.

Структурная устойчивость волн малой интенсивности возникает, как правило, в тех случаях, когда не изменяются условия движения, либо возникают особые условия распространения. В этом плане интересен вопрос о существовании волн, распространяющихся вдоль ребра клина. Согласно законам акустики, скорость частиц среды по фронту волны из-за разной локальной толщины должна быть различной. Следовательно, траектория волны вдоль ребра клина не может быть устойчивой, и вследствие рефракции должна смещаться к его ребру. Однако опубликованные приближенные экспериментальные результаты [1], подтверждают распространение с различной скоростью волн вдоль ребра клина по устойчивой траектории. Отсутствие экспериментальных точек на графике свидетельствовало о сложности проведения экспериментов, поскольку очень трудно идентифицировать номера мод при наличии большого количества возникающих волн.

С этого времени появляются многочисленные теоретические исследования этих волн. Обзор публикаций до 1990 г. хорошо представлен в монографии [2]. Как в ранних, так и в более поздних исследованиях [3–8] получены либо эмпирические зависимости, либо приближенные решения. Отсутствие математической модели сдерживало практическое применение этих волн.

Как отмечено в [9], иногда «возможность получить точное аналитическое описание нелинейных процессов в рамках модельной задачи часто позволяет лучше понять их реальные физические особенности». В данном

исследовании понимание процесса формирования акустической волны позволяет построить математическую модель физического явления.

1. ЛОКАЛИЗАЦИЯ УПРУГИХ ВОЛН

Выясним причины устойчивого характера движения волны вдоль ребра клина. При возбуждении поверхностной волны, согласно принципу наименьшего действия [12], преимущественное направление движения будет в сторону более низкого пространственного градиента скорости. Это направление совпадает с перпендикуляром к ребру клина, поскольку волновое сопротивление при приближении к ребру резко уменьшается. Отражаясь от ребра, потоки энергии падающей и отраженной антисимметричных волн накладываются, что приводит к образованию стоячей волны [10]. В этой ситуации энергия волны по направлению к ребру не переносится, поэтому происходит переориентация направления потока энергии волны, который устремляется вдоль ребра клина.

Таким образом, вначале возникает волновое движение перпендикулярно к ребру клина и существующее только в начальный период времени до образования стоячей волны, а затем формируется основной поток энергии в новом направлении - вдоль ребра клина. В возникшей интерференционной картине амплитуда смещений волны в направлении перпендикуляра к ребру является только функцией времени. Заметим также, что амплитуда волны, распространяющейся вдоль ребра, медленно снижается, поскольку часть энергии в начальный момент времени в ходе движения уходит на формирование стоячей волны по направлению перпендикуляра к ребру.

Для устойчивой траектории скорость частиц среды по фронту волны должна быть неизменной. В силу резонансной природы, ее значение будет определяться условием наилучшего возбуждения, соответствующим скорости волны при координате максимума сто-

*E-mail: thb@susu.ac.ru.

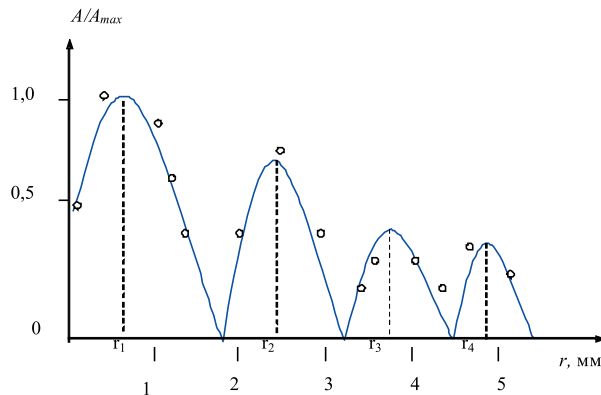


Рис. 1:

ячей волн. Поперечная неоднородность поля, в силу также резонансного характера колебаний, будет характеризоваться быстрым спадом амплитуды в направлении ребра.

Число пучностей стоячей волны ограничено (рис. 1), поскольку область стоячей волны (ОСВ) имеет небольшие размеры, составляющие несколько длин рэлееской волны. Опытные данные получены на оригинальной установке, приведенной в [10,11].

Представляет интерес значение скорости волны, соответствующей координате максимума стоячей волны. Для этого запишем волновое уравнение в цилиндрической системе координат (r, θ, z) , в которой ось z направлена по ребру клина, а угол θ отсчитывается от биссектрисы угла клина:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_p^2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + k_\ell^2 \Phi_1 &= 0, \\ \frac{1}{r_p^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + k_t^2 \psi_1 &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь r_p — координата интерференционного максимума амплитуды волны, $k_\ell = \omega/v_\ell$, $k_t = \omega/v_t$, v_ℓ , v_t — скорости распространения объемных и поперечных волн соответственно, ω — круговая частота.

Решение этой задачи должно соответствовать бегущим по поверхности вдоль ребра клина плоским периодическим волнам:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (A_1 \operatorname{ch} \nu_1 \theta + C_1 \operatorname{sh} \nu_1 \theta) \exp [i(pz - \omega t)], \\ \Psi_1 &= (A_2 \operatorname{ch} \nu_2 \theta + C_2 \operatorname{sh} \nu_2 \theta) \exp [i(pz - \omega t)], \end{aligned} \quad (2)$$

где: $\nu_1 = r\sqrt{p^2 - k_\ell^2}$, $\nu_2 = r\sqrt{p^2 - k_t^2}$, p — волновое число искомой волны, ν_1 и ν_2 — угловые волновые числа. В дальнейших выкладках множитель $\exp(-i\omega t)$ опускается.

Дополним (1) граничными условиями, выражающими отсутствие сдвиговых и нормальных напряжений

при углах $\theta = \pm\theta_0$:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\theta} &= \frac{2}{r_p} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial \theta} + \frac{1}{r_p} \frac{\partial}{\partial \theta} (2 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + k_t^2 \psi_1) = 0, \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{k_t^2}{2} \Phi_1 - \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + \frac{1}{r_p} \frac{\partial}{\partial \theta} (\frac{1}{r_p} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z \partial \theta}) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Если распределение потенциалов задается функциями (2), то упомянутые выше граничные условия приводят к алгебраической системе четырех однородных уравнений для нахождения амплитуд A_1 , A_2 , C_1 , C_2 . Условием существования нетривиального решения этой системы уравнений является равенство нулю ее детерминанта.

С учетом обозначений $\alpha = \sqrt{p^2 - k_\ell^2}$, $\beta = \sqrt{p^2 - k_t^2}$, он принимает вид:

$$\frac{(p^2 + \beta^2)^2}{4\alpha\beta p^2} - \left[\frac{\operatorname{th} \beta r_p \theta}{\operatorname{th} \alpha r_p \theta} \right]^m = 0, \quad (4)$$

где $m = 1$ соответствует симметричным, а $m = -1$ — антисимметричным волнам.

Для рассматриваемой задачи представляет интерес только антисимметричные волны. Особо отметим, что в этой задаче определяется скорость волны вдоль ребра клина, соответствующая координате пучности стоячей волны. На рис. 2 представлены рассчитанные кривые относительной фазовой скорости антисимметричной волны для различных углов клина.

Как и следовало ожидать, при больших значениях пространственных координат скорости волн стремятся к классической скорости волны Рэлея.

2. ДИСКРЕТНЫЙ СПЕКТР ПОЛЯ

В приведенных выше рассуждениях отчетливо проявляется характер изучаемого движения, определяемый двумя масштабами: перпендикулярного, направ-

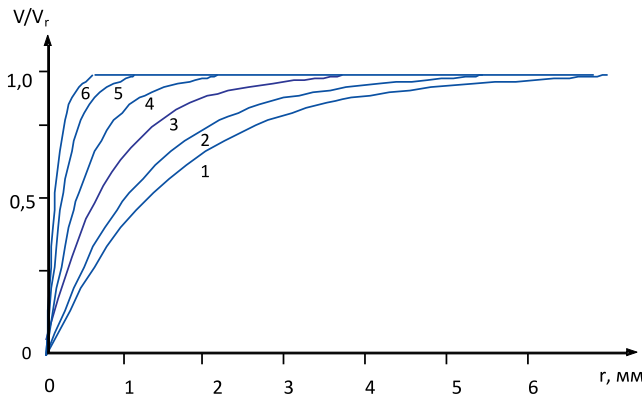


Рис. 2: Зависимость относительной скорости распространения антисимметричных волн от расстояния до ребра клина для углов клина: 1 — 6, соответственно 15° , 30° , 40° , 50° , 65° , 80°

ленного к ребру клина и существующее только в начальный период времени до образования интерференционной картины, и параллельного, определяющего распространение вдоль кромки клина. Совместное действие этих процессов приводит к установлению стационарного режима распространения возмущений параллельно ребру клина, с уменьшающейся по ходу движения амплитудой.

Величина скорости волны первой моды вычисляется следующим образом: вначале определяется локальная толщина клина при координате максимума (рис. 1), а затем по графику (рис. 3) определяется скорость, соответствующая этой координате. Возбуждение частиц среды в окрестности следующих максимумов приводит к распространению мод более высокого порядка и, соответственно, с более высокими скоростями.

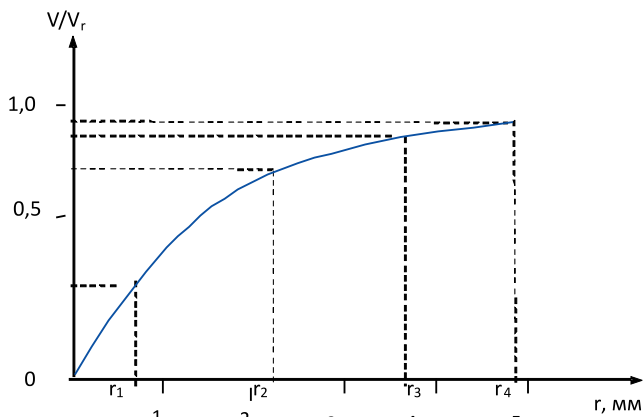


Рис. 3: Зависимость скорости локальных мод от волновой толщины для угла клина 26°

Таким образом, решения дисперсионного уравнения вблизи ребра в пределах ОСВ создают дискретный спектр поля, отражая факт возникновения волн с поперечной локализацией поля, а за этой областью реше-

ния имеют сплошной спектр, свидетельствующий о дelokализации поля.

С увеличением угла клина ОСВ сокращается (рис. 4), и соответственно уменьшается ширина волновых каналов.

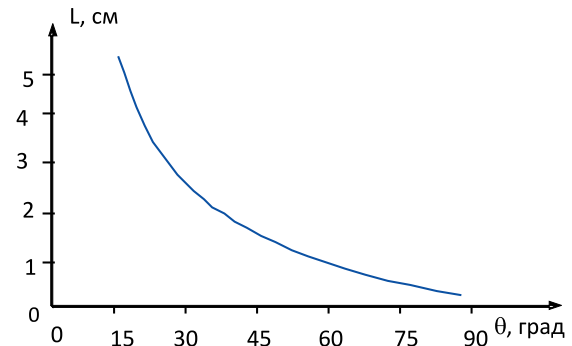


Рис. 4: Зависимость протяженности области стоячей волны от угла клина

Также увеличение угла клина приводит к уменьшению числа возбуждаемых мод. Значение скорости каждой моды будет определяться конкуренцией двух механизмов. С одной стороны координаты максимума стоячей волны с увеличением угла клина сближаются к ребру, что ведет к уменьшению скорости моды, с другой — растет локальная толщина клина, приводящая к увеличению ее скорости.

На рис. 5 приведена зависимость скорости первой моды от угла клина. Характерно, что скорость возбуждаемой моды всегда ниже скорости волны Рэлея и монотонно падает с уменьшением угла клина. Отметим также, что зависимость скорости от угла клина начинается не с нуля.

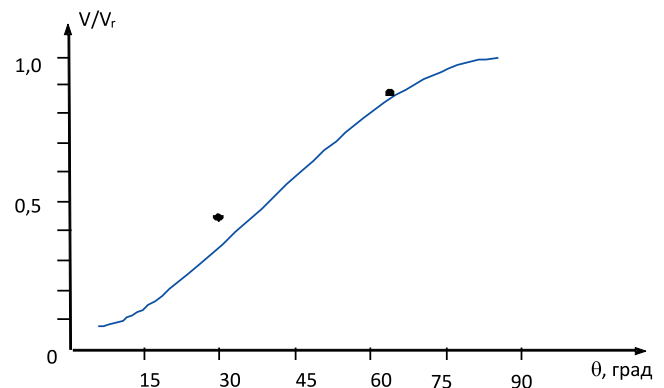


Рис. 5: Зависимость скорости первой моды от угла клина, — экспериментальные значения

Поскольку с уменьшением угла клина координата пучности стоячей волны только приближается к ребру и всегда имеет конечное значение, отличное от нуля. При этом локальная толщина клина также отлична от нуля, что определяет конечное значение скорости моды.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для проверки теоретических результатов были проведены эксперименты на дюралюминиевой клиновидной пластине с углом раствора 26° . Возбуждение волн осуществлялось клиновыми преобразователями [13]. Скорости локальных волн определяли импульсным методом измерением времени между двумя участками поверхности. Базой измерений служила вся длина образца. Вначале определялись групповые скорости цуга волн, а затем по расчетной зависимости вычислялись их фазовые скорости. Амплитуды волн различных мод в силу резонансного характера зависели от угла клинового преобразователя и практически на порядок отличались от амплитуды рэлеевской волны. Это различие объясняется площадью возбуждения поверхностных волн. Если рэлеевская волна возбуждается всей поверхностью пьезодатчика, то моды антисимметричных волн, имеющие узкий фронт, возбуждаются частью площади пьезодатчика. Ширина волнового канала с возрастанием угла уменьшается, чем объясняется сложность возбуждения этих мод при больших углах клина. Следует отметить, что значительное влияние на акустические процессы оказывает острота клина. Это объясняется тем, что при радиусах округления острия клина, сравнимых с длиной волны, происходит не отражение, а просачивание на вторую грань клина.

Таблица I: Измеренные и расчетные скорости для четырех мод

Номер моды	1	2	3	4
Измеренная скорость	0,45	0,74	0,91	0,97
Расчетная скорость	0,33	0,77	0,89	0,96

Удовлетворительное совпадение расчетных и измеренных значений относительных фазовых скоростей различных мод, приведенных в таблице 1, свидетельствует о правомерности предложенной математической модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования показали, что при распространении колебаний вдоль ребра клина образуется акустическое поле, структура которого имеет специфическую форму. В ее составе выделяются две взаимноперпендикулярные составляющие. Одна из них, являясь осциллирующей временной функцией, формирует профиль волны в поперечном направлении. Другая составляющая обеспечивает профиль бегущей вдоль ребра клина волны, который определяется частотой источника возбуждения и скоростью волны. Совместное действие этих составляющих приводит к установлению стационарного режима распространения возмущения вдоль ребра клина с резонансной локализацией энергии.

- [1] Moss S.L., Maradudin A.A., Cunningham S.L. Phys. Rev. B. **8**. P. 2999. (1973).
- [2] Бирюков С. В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плещинский В. П. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. (М.: Наука, 1991).
- [3] Коробов А.И., Изосимова М.Ю., Тоцов С.А., Тоцов ЕА. Клиновые волны. В сб. труд. XXIV сессии Российского акустического общества. Т. 1. С. 228. (М.:ГЕОСб 2011).
- [4] Шанин А.В. Акуст. журн. **59**, №4. С. 502. (2013).
- [5] Крылов В.В., Рагузина И.В. Акуст. журн. №5. С. 949. (1988).
- [6] Боженко В.В., Иванов-Щиц К.М., Случ М.И., Солодов И. Ю. Акуст. журн. №2. С. 262. (1985).
- [7] Крылов В.В., Можяев В.Г. Акуст. журн. **31**, №6. С. 751. (1985).
- [8] Гринченко В.Е., Мелешко В.В. Акуст. журн. №2. С. 206. (1981).
- [9] Руденко О. В. УФН. **165**, №9. (1995).
- [10] Толипов Х. Б. Акуст. журн. **59**, №4. С. 502. (2013).
- [11] Толипов Х. Б. ПМТФ. **53**, №6. С. 58. (2012).
- [12] Дьелесан Э, Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. (М.: Наука, 1968).
- [13] Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике. (М.: Наука. 1966).

Nonuniform acoustic waves of low intensity

Kh. B. Tolipov

South Ural state University, 76, Lenin prospekt, Chelyabinsk, Russia 454080
E-mail: thb@susu.ac.ru

Analysis with heterogeneous form of localized structures acoustic waves. In certain conditions, the process of wave propagation is accompanied in the course of motion of a continuous nonlinear decay of the amplitude of the displacements, and the emission of the spatial waves, which allows to distinguish them as a new class of waves of low intensity with heterogeneous structure.

Discovered a new physical phenomenon, unknown in the technical literature. Identified a specific type of waves with a complex structure, extending along the edges on a sustainable trajectory.

PACS: 43.25 +y

Keywords: nonlinear waves, standing wave, wave resistance, the Rayleigh wave, a mathematical model.

Received 17.10.2014.

Сведения об авторах

Толипов Хорис Борисович — канд. техн. наук, доцент; тел. 8(351) 267-93-09, e-mail: thb@susu.ac.ru.