Краевые моды в ограниченной двумерной фотонно–кристаллической структуре из малых плазмонных частиц и их взаимодействие с волнами внутри структуры

Ю. Н. Барабаненков[1],* М. Ю. Барабаненков[2]†

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки*
Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН.
Россия, 125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп.7.
[2]*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки*
Институт проблем технологии микроэлектроники и особочистых материалов РАН.
Россия, 142432, Черноголовка, Моск. обл., ул. Академика Осипьяна, 6.

Рассматриваются специфические оптические собственные моды конечных кластеров металлических наночастиц с плазмонным резонансом и передача возбуждения по линейной цепочке частиц между кластерами. Представлены простые аналитические и физически наглядные результаты для решения проблемы возбуждения коллективных мод в двумерном кольцевом кластере и проблемы передачи возбуждения вдоль одномерной линейной системы взаимодействующих малых плазмонных сферических частиц. Результаты получены с помощью системы уравнений для самосогласованных токов, возбуждаемых падающим электромагнитным полем в частицах. Для кольцевого кластера частиц матрица взаимодействия их токов обладает при определенных условиях такими благоприятными свойствами, которые позволяют немедленно выписать аналоги собственных мод Блоха с соответствующими собственными частотами и их полуширинами. Более того, получены простые аналитические выражения для фактора взаимодействия между внутренней частью конечной квадратной решетки частиц и ее граничной частью. Рассмотрение линейной системы частиц производится в приближении взаимодействия ближайших соседей, что делает линейную систему подобной электрическому фильтру. Получены простые аналитические выражения для степени экстинкции передачи возбуждения токов в зависимости от числа частиц системы, их параметра упаковки и близости частоты излучения к резонансной частоте фильтрации системы.

PACS: 78.67.Pt 78.67.Tf 42.25.Fx 42.25.Gy УДК:535.13 535.42 535.44
Ключевые слова: плазмонный резонанс, рассеяние Ми, низкоразмерные структуры, T–оператор рассеяния, зависимое рассеяние, передача возбуждения

Ансамбли микронных и наноразмерных частиц рассматриваются в настоящее время как составные элементы новых искусственных материалов радиоэлектроники благодаря их резонансному взаимодействию с видимым и инфракрасным светом. К такому рассмотрению относятся вопросы волнового взаимодействия между оптическими микроволноводами и высокодобротными резонаторами, которые могут быть созданы внутри фотонных кристаллов с модифицированными кристаллическими ячейками [1], а также свойства высокодобротных оптических мод в низкоразмерных структурах диэлектрических наночастиц [2]. Одним из новых направлений в исследовании ансамблей микронных и наноразмерных частиц является рассмотрение специфических краевых волн в ограниченных кластерах фотонно–кристаллических структур и взаимодействия этих краевых волн с волновыми явлениями внутри данного кластера. Это направление появилось недавно при изучении краевых ротационных магнонов в магнонных кристаллах [3] и магнитостатических спиновых волн как аналога целочисленного квантового эффекта Холла в структурированных тонких ферромагнитных пленках. Цель нашего доклада - показать на простых примерах ограниченных двумерных периодических кластеров диэлектрических электродинамически связанных частиц, что появление в таких кластерах собственных краевых ротационных волн может быть понято с точки зрения условий возникновения блоховских мод в периодических структурах. Технически мы используем общий метод [4] квази-сепарабельного T–оператора рассеяния для решения задач многократного рассеяния электромагнитных волн на ансамблях диэлектрических частиц с учетом их проводимости. Физически T–оператор рассеяния ансамбля частиц непосредственно связан с электрическими токами, возбуждаемыми в частицах падающей электромагнитной волной.

Исходим из системы уравнений для самосогласованных электрических токов с плотностями $\mathbf{J}^{(j)}(\mathbf{r})$, которые возбуждаются под действием электрического поля $\mathbf{E}^{(0)}(\mathbf{r})$ падающей электромагнитной волны в диэлектрических и проводящих частицах с номерами $j = 1, 2, \cdots, N$. Согласно [4], такая система уравнений имеет вид

$$\mathbf{J}^{(j)}(\mathbf{r}) = \mathbf{J}^{(j)}_{(1)}(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \int d\mathbf{r}'' \bar{\bar{T}}^{(0)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j, \mathbf{r}'-\mathbf{r}_j) \times \times \bar{\bar{G}}^{(0)}(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'') \sum_{j'\neq j} \mathbf{J}^{(j)}(\mathbf{r}''). \quad (1)$$

В правой части уравнения (1) $\bar{\bar{T}}^{(0)}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ и $\bar{\bar{G}}^{(0)}(\mathbf{r})$ —

*E-mail: barab624@mail.ru
†E-mail: barab@iptm.ru

это тензорные (диадные) T–оператор рассеяния электрического волнового поля изолированной частицей в свободном пространстве и функция Грина электрического поля в свободном пространстве, соответственно. Через $\mathbf{J}_{(1)}^{(j)}(\mathbf{r})$ обозначена плотность электрического тока в изолированной частице. T–оператор рассеяния электрического волнового поля ансамблем частиц связан с токами в частицах соотношением

$$\int d\mathbf{r}'\,\bar{\bar{T}}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)\mathbf{E}^{(0)}\left(\mathbf{r}'\right)=\sum_{j=1}^{N}\mathbf{J}^{(j)}\left(\mathbf{r}\right), \qquad (2)$$

где в левой части выступает падающее электрическое поле в виде, например, плоской волны

$$\mathbf{E}^{(0)}\left(\mathbf{r}\right)=E^{(0)}\mathbf{e}^{(0)}\exp\left(ik_0\mathbf{s}^{(0)}\mathbf{r}\right) \qquad (3)$$

с амплитудой $E^{(0)}$, единичными векторами поляризации $\mathbf{e}^{(0)}$ и направления распространения $\mathbf{s}^{(0)}$, соответственно, k_0 — волновое число свободного пространства Оператор рассеяния малой изолированной сферической диэлектрической частицы с дипольным электрическим рассеянием имеет согласно [4] вид

$$\bar{\bar{T}}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)=\tilde{t}\delta\left(\mathbf{r}\right)\delta\left(\mathbf{r}'\right)\bar{\bar{I}}. \qquad (4)$$

Здесь амплитуда рассеяния частицы $\tilde{t}=-4\pi k_0^2\eta$ представляется через ее поляризуемость $\eta=\left(3i/2k_0^3\right)a_{(M)1}$, где в правой части выступает парциальный коэффициент рассеяния $a_{(M)1}$ теории Ми. Величина $\bar{\bar{I}}$ обозначает единичный диадик. Выражая парциальный коэффициент $a_{(M)1}$ через диэлектрическую проницаемость ε_1 частицы и учитывая, что для плазмонной частицы имеется соотношение (см., напр., [4]) $\varepsilon_1/\varepsilon_0=1-3\omega_p^2/\omega^2$, где ω_p — плазменная частота частицы и ε_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства, находим

$$\tilde{t}=4\pi k_0^2r_0^3\frac{\omega_p^2}{\omega^2-\omega_p^2+i\left(\Delta\omega_p\right)^2}. \qquad (5)$$

Полуширина плазмонного резонанса $\left(\Delta\omega_p\right)^2$ по квадрату частоты задается равенством

$$\frac{\left(\Delta\omega_p\right)^2}{\omega_p^2}=\frac{2}{3}\left(k_0r_0\right)^3, \qquad (6)$$

где r_0 — радиус частицы, обусловлена потерями энергии частицы на излучение и делает амплитуду рассеяния (5) плазмонной частицы согласованной с оптической теоремой.

Вернемся к системе интегральных уравнений (1) для токов в частицах. В случае малых плазмонных сферических частиц решение этой системы представляется в виде

$$\mathbf{J}^{(j)}\left(\mathbf{r}\right)=\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_j\right)\mathbf{e}^{(0)}I^{(j)}, \qquad (7)$$

где $I^{(j)}$ — скалярные амплитуды токов. Пусть малые плазмонные сферические частицы расположены в вершинах правильного многоугольника, например, правильного треугольника, лежащего в плоскости XY прямоугольной системы координат XYZ. Падающая плоская волна (3) распространяется параллельно плоскости расположения частиц и поляризована перпендикулярно этой плоскости. В таком случае для скалярных амплитуд токов получается алгебраическая система уравнений

$$\sum_{j'=1}^{N}A_{Njj'}I^{(j')}=a_j, \qquad A_{Njj'}=\delta_{jj'}-a_{jj'}. \qquad (8)$$

В этой системе неоднородные члены $a_j=\tilde{t}\,E^{(0)}(\mathbf{r}_j)$, где $E^{(0)}(\mathbf{r})$ имеет смысл скалярной части плоской падающей волны (3). Параметр волнового взаимодействия частиц, например $a_{12}=\tilde{t}\,G_0^t(r_{12})$, зависит от расстояния между ними r_{12} в плоскости расположения частиц через поперечную составляющую $G_0^t(r)$ диадной функции Грина в свободном пространстве по отношению к вектору $\mathbf{r}_{12}$, асимптотически равную на расстояниях, малых по сравнению с длиной волны, выражению

$$G_0^t(r)\big|_{k_0r\to 0}\approx\frac{k_0}{4\pi}\left(\frac{1}{k_0^3r^3}-i\frac{2}{3}\right), \qquad (9)$$

в правой части которого второй мнимый член связан с потерями энергии на излучение.

Обратимся непосредственно к решению алгебраической системе уравнений (8). Ее матрица A_N имеет равные элементы вдоль каждой диагонали, параллельной главной, то есть является теплицевой. Кроме того, сумма элементов каждой строки этой матрицы имеет одно и то же значение, что является характерным свойством стохастических матриц. Хотя истинно стохастическая матрица имеет положительные элементы, указанное стохастическое свойство матрицы (8) позволяет автоматически указать ее собственный вектор-моду, которую мы назовем стохастической или основной. В основной моде у всех частиц возбуждаются одинаковые токи, и ей отвечает собственное значение, совпадающее с суммой элементов матрицы в каждой строке. Наряду с основной модой у матрицы (8) существуют другие моды-обертоны, для которых возбуждаемые в частицах токи имеют разные значения. Все собственные моды матрицы (8) находятся как аналог блоховских волн в периодических структурах с правилом согласования токов в соседних частицах кольцевого кластера с естественным условием периодичности

$$I^{(j)}=pI^{(j-1)}, \qquad I^{(N+1)}=I^{(1)}. \qquad (10)$$

Параметр согласования токов p в соседних частицах находится из условия периодичности (10) и определяется как

$$p^N=1, \qquad p=\exp\left(i\frac{2\pi m}{N}\right), \qquad m=\pm 1,\pm 2,\ldots \qquad (11)$$

Условия (10) и (11) позволяют выписать все N собственных мод матрицы (8). После этого удается выписать явно соответствующие этим модам собственные частоты, то есть собственные значения матрицы (8) λ_j, $j = 1, 2, \ldots, N$, не решая фактически детерминантного уравнения $\det\,(A_N - \lambda I) = 0$. В частном случае трех частиц, расположенных в вершинах правильного треугольника, матрица A_3 имеет три следующие собственные моды

$$u = (1,\ 1,\ 1), \quad v = (1,\ p_2, p_2^2), \quad w = (1,\ p_3,\ p_3^2) \quad (12)$$

с параметрами преобразования токов от частицы к частице, равными $p_2 = -\exp(-i\pi/3)$ и $p_3 = p_2^*$. Три соответствующие (12) собственные значения $\lambda_1 = 1 - 2a_{12}$ и $\lambda_2 = \lambda_3 = 1 + a_{12}$ показывают, что две обертонные моды вырождены. Три выписанные собственные моды взаимно ортогональны, что позволяет записать решение неоднородной системы алгебраических уравнений (8) для трехкомпонентного вектора тока I в терминах понятных скалярных произведений векторов как

$$3I = < a, u > \frac{u}{\lambda_1} + < a, \nu > \frac{u}{\lambda_2} + < a, w > \frac{w}{\lambda_3}. \quad (13)$$

Формула (13) решает проблему о возбуждении собственных мод кольцевого кластера путем воздействия на него внешним полем. Анализ соответствующих собственных частот λ_1 и λ_2 показывает отличие их значений и их полуширин от частоты и полуширины плазмонного резонанса изолированной частицы вследствие взаимодействия этих частиц посредством ближних полей.

Перейдем теперь к случаю, когда в центре симметрии рассмотренного правильного треугольника тоже расположена частица с номером $N = 4$, взаимодействующая с частицами в вершинах треугольника посредством параметра a_{14}. Покажем, что наведенный ток в центральной частице может возбудить основную моду в кольцевом кластере из частиц в вершинах треугольника. С этой целью обращаемся к системе уравнений (8) и ищем ее решение в виде $I_1 = I_2 = I_3$ при условии $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, но $a_4 \neq 0$. Такое решение существует и означает, что ток, возбужденный в центральной частице падающим полем, приводит к возникновению во внешнем кольцевом кластере частиц основной моды с током

$$I_1 = \frac{a_{14}}{1 - 2a_{12} - 3a_{14}^2} a_4. \quad (14)$$

Эта формула количественно описывает передачу возбуждения от внутренней части кольцевого кластера к его внешней части.

Таким образом, общий метод квази–сепарабельного T–оператора рассеяния успешно применен к рассмотрению нового направления в исследовании многократного рассеяния электромагнитных волн низкоразмерными ансамблями микронных и наноразмерных частиц, состоящего в изучении специфических краевых волн в ограниченных кластерах фотонно–кристаллических структур и взаимодействия этих краевых волн с волновыми явлениями внутри кластера. Конкретно рассмотрен пример двумерного кольцевого кластера из малых плазмонных взаимодействующих частиц в вершинах правильного многоугольника, внутри которого может располагаться еще подобного рода кластер меньших размеров. На этом примере показано с помощью простых аналитических выражений существование волновых мод блоховского типа во внешнем кластере с их обертонами и собственными частотами и возбуждение этих мод как внешним электромагнитным полем, так и токами в частицах внутреннего кластера.

Работа поддержана программой фундаментальных исследований ООФ РАН «Пассивная многоканальная радио- и акустотермография человека в ближней зоне».

[1] *Xu Y., Li Yi, Lee R. K., Yariv A.* Phys. Rev. E. **62**. P. 7389. (2000).
[2] *Burin A.L.* Phys. Rev. E. **73**. P. 066614. (2006).
[3] *Lisenkov I., Kalyabin D., Nikitov S.* Appl. Phys. Lett. **103**. P. 202402. (2013).
[4] *Барабаненков Ю.Н., Барабаненков М.Ю.* Журнал радиоэлектроники. №4. С. 1 (2013).

Edge modes of two dimensional bounded photonic crystal structures composed of small plasmonic particles and their interaction with inner structure's waves

Yu. N. Barabanenkov[1,a], **M. Yu. Barabanenkov**[2,b]
[1] *V.A Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS. Moscow, Russia.*
[2]*Institute of Microelectronics Technology RAS.*
142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russia.
E-mail:[a]*barab624@mail.ru*, [b]*barab@iptm.ru*

Specific optical eigenmodes are considered of finite clusters of metallic nanoparticles with plasmonic resonance as well as an excitation transfer along linear chain of particles between clusters. Simple analytic and physically transparent results are presented for the problem solution of collective modes exciting inside two dimensional circular clusters and the problem excitation transfer along one dimensional linear array of coupled small plasmonic spherical particles. The results are obtained with the aid of equations' system for self-consistent currents excited inside particles by incident electromagnetic wave field. For circular cluster of particles the coupling matrix between their currents becomes under definite conditions of such favorite properties that enables one immediately to write out the Bloch–like eigenmodes with corresponding eigenfrequencies and their half widths. What is more we get also a simple analytic expressions for coupling factor between inner part of a square structure arranged in a circular shape and its bound part. Considering linear array of particles we use a closest neighbor interaction approach which makes the linear array like the electric filter. In this approximation an analytic expression are obtained for extinction rate of exciting currents' transfer depending on array particles number and for resonance filtering frequencies.

PACS: 78.67.Pt 78.67.Tf 42.25.Fx 42.25.Gy

Keywords: plasmonic resonance, Mie scattering, low dimensional structure, T-scattering operator, dependent scattering, excitation transfer.

Сведения об авторах

1. Барабаненков Юрий Николаевич — докт. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник; тел.: (905) 570-16-11, e-mail: barab624@mail.ru.
2. Барабаненков Михаил Юрьевич — докт. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник; тел.: (963) 690-86-95, e-mail: barab@iptm.ru.