

## НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ

С.А. Цысарь<sup>1</sup>, В.А. Хохлова<sup>1</sup>, О.А. Сапожников<sup>1,2</sup>, У. Крейдер<sup>2</sup><sup>1</sup>Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,  
физический факультет<sup>2</sup>Прикладная физическая лаборатория, Университет Вашингтона, Сиэтл, США  
sergeyt@physics.msu.ru

В ряде областей науки, техники и медицины, особенно в задачах терапевтического применения ультразвука, важно знать точные характеристики излучаемого поля. Определение истинного распределения акустического поля на поверхности диагностических (т. е. низкой интенсивности – единицы Вт/см<sup>2</sup>) преобразователей может быть выполнено с использованием линейного метода акустической голографии [1]. Этот метод имеет хорошо развитый математический аппарат, основанный на методах Фурье-акустики и применении интеграла Рэлея. Линейная акустическая голография оперирует основной гармоникой сигнала, и применима только к задачам диагностического ультразвука. Однако в задачах ультразвуковой терапии используются источники, работающие при высокой интенсивности, и характер распространения излучаемых ими волн является нелинейным. Распределение акустического поля вдоль поверхности источника и, следовательно, всего излучаемого поля в режиме высокой мощности не может быть найдено простым масштабированием результатов линейной голографии, полученных в режиме низкой мощности вследствие свойств материала и эффективной генерации гармоник в среде. В настоящей работе предлагается новый метод акустической голографии с нелинейным обратным распространением, называемый нелинейной акустической голографией.

Рассмотрим постановку задачи нелинейной акустической голографии для мощных ультразвуковых источников. Имеется ультразвуковой преобразователь со следующими известными параметрами: форма, размер, положение, резонансная частота, мощность и с неизвестным распределением акустического поля вдоль поверхности. С помощью измерения профиля волны акустического давления вдоль удаленной поверхности в большом количестве точек определяются значения амплитуды и фазы всех гармоник, присутствующих в спектре сигнала (для каждой точки измерения). Критерии выбора параметров поверхности измерений (размер, форма, положение относительно излучателя и др.) аналогичны критериям для случая линейной голографии [2], за исключением ограничения пространственного шага  $\Delta x$ , который определяется длиной волны высшей регистрируемой гармоники и выбирается  $\Delta x < \lambda/2$ . Далее задача сводится к тому, чтобы на основе измеренных комплексных амплитуд регистрируемых гармоник рассчитать

неизвестное распределение акустического поля вдоль поверхности излучателя. Решение обратной нелинейной задачи излучения предлагается проводить численным образом с использованием трехмерного уравнения Вестервельта

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} - \frac{b}{c_0^2 \rho_0} \frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t} \quad (1)$$

Здесь  $p$  – акустическое давление,  $t$  – время,  $\Delta p = \partial^2 p / \partial z^2 + \partial^2 p / \partial y^2 + \partial^2 p / \partial x^2$  – оператор Лапласа,  $x$ ,  $y$  и  $z$  – пространственные координаты,  $\varepsilon$  – показатель нелинейности,  $b = \xi + 4/3\eta$  – диссипативный коэффициент,  $\rho_0$  – плотность среды,  $c_0$  – скорость звука. Хорошо видно, что в отсутствие поглощения нелинейное уравнение (1) является инвариантным относительно процедуры обращения времени  $t \rightarrow -t$ , т.е. одинаковым образом описывает процессы как прямого, так и обратного распространения волны. С учетом поглощения уравнение уже не обладает инвариантностью относительно обращения времени. Это обстоятельство можно учесть в знаке диссипативного коэффициента, формально заменяя  $b \rightarrow -b$  при обращении времени  $t \rightarrow -t$ .

Таким образом, измеренные комплексные амплитуды гармоник являются граничными условиями для обратной задачи. Численное решение нелинейного уравнения (1) строится последовательно, переходя от плоскости  $(x, y, z = z_1)$  к плоскости  $(x, y, z = z_1 + \Delta z)$  с шагом  $\Delta z$ , следуя методу расщепления по физическим факторам. На каждом шаге уравнение разбивается на уравнение для дифракции:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \Delta p, \quad (2)$$

нелинейности:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau} \quad (3)$$

и поглощения:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2}. \quad (4)$$

Перед проведением экспериментальных исследований осуществлялась численная проверка всей процедуры нелинейной голографии при различных режимах генерации и распространения акустического поля. Для этого использовались модельные распределения акустического поля на поверхности «виртуальных» излучателей с различным спектральным составом. На основе этих данных проводился численный расчет нелинейного распространения вперед до некоторой

заданной поверхности. Результаты расчета на контрольной поверхности после обращения фазы использовались в качестве граничных условий для обратной задачи. После этого проводилось численное решение обратной задачи (2)–(4) вплоть до исходной поверхности виртуального источника. Сравнение полученных результатов с исходными позволило выбрать оптимальные параметры расчета и оценить их влияние на точность восстановления исходного распределения.

Экспериментальное исследование проводится с использованием реальных терапевтических излучателей. Ультразвуковое поле измеряется в импульсно-периодическом режиме. Для этого на излучатель подаются длинные (до 100 периодов) тональные импульсы (частота заполнения соответствует резонансной частоте излучателя 1–5 МГц) с прямоугольной огибающей с периодом повторения 50–300 Гц. Мощность излучения подбирается таким образом, чтобы уже на расстоянии в несколько см от поверхности источника образовалось заметное искажение профиля сигнала вследствие нелинейного характера распространения. Для измерений амплитуды и фазы акустического поля каждой регистрируемой гармоники применяется широкополосный гидрофон с размером чувствительного участка 40–200 мкм. Перемещение гидрофона для сканирования вдоль заданной поверхности осуществляется микропозиционной установкой с тремя пространственными и одной поворотной степенями свободы (Velmex UniSlide VP9000, США). Перемещение гидрофона осуществляется автоматически с помощью управляемых компьютером шаговых двигателей системы микропозиционирования. Электрический сигнал гидрофона поступает на вход осциллографа, где в заданном окне стабильная по амплитуде часть сигнала усредняется для уменьшения шумов. Далее сигнал с осциллографа передается в компьютер, где из него выделяются сигналы всех кратных гармоник и для каждой из них определяются значения амплитуды и фазы в текущей точке пространства.

Результаты измерений и расчета поля акустического давления на поверхности фокусированного сферического пьезокерамического преобразователя диаметром 100 мм, фокусным расстоянием 100 мм, работающего на частоте 1 МГц, представлены на рис. 1. Измерение поля первых 10 гармоник (показаны только первые 3, левая колонка) проводилось на плоскости  $XU$ , удаленной от поверхности излучателя на 110 мм, т.е. за фокусом, где уже заметны нелинейные эффекты. Средняя колонка на рис. 1 соответствует распределению амплитуд акустического давления в плоскости  $YZ$ . В правой колонке содержатся распределения амплитуд акустического давления для 1, 2 и 3-й гармоники (сверху вниз). Видно, что высшие гармоники, присутствующие в спектре сигнала на расстоянии 110 мм, при расчете обратного распространения в нелинейной среде уменьшаются и на поверхности излучателя практически отсутствуют, что хорошо согласуется со спектральным составом

электрического сигнала в цепи акустического преобразователя, который контролировался в процессе измерений.

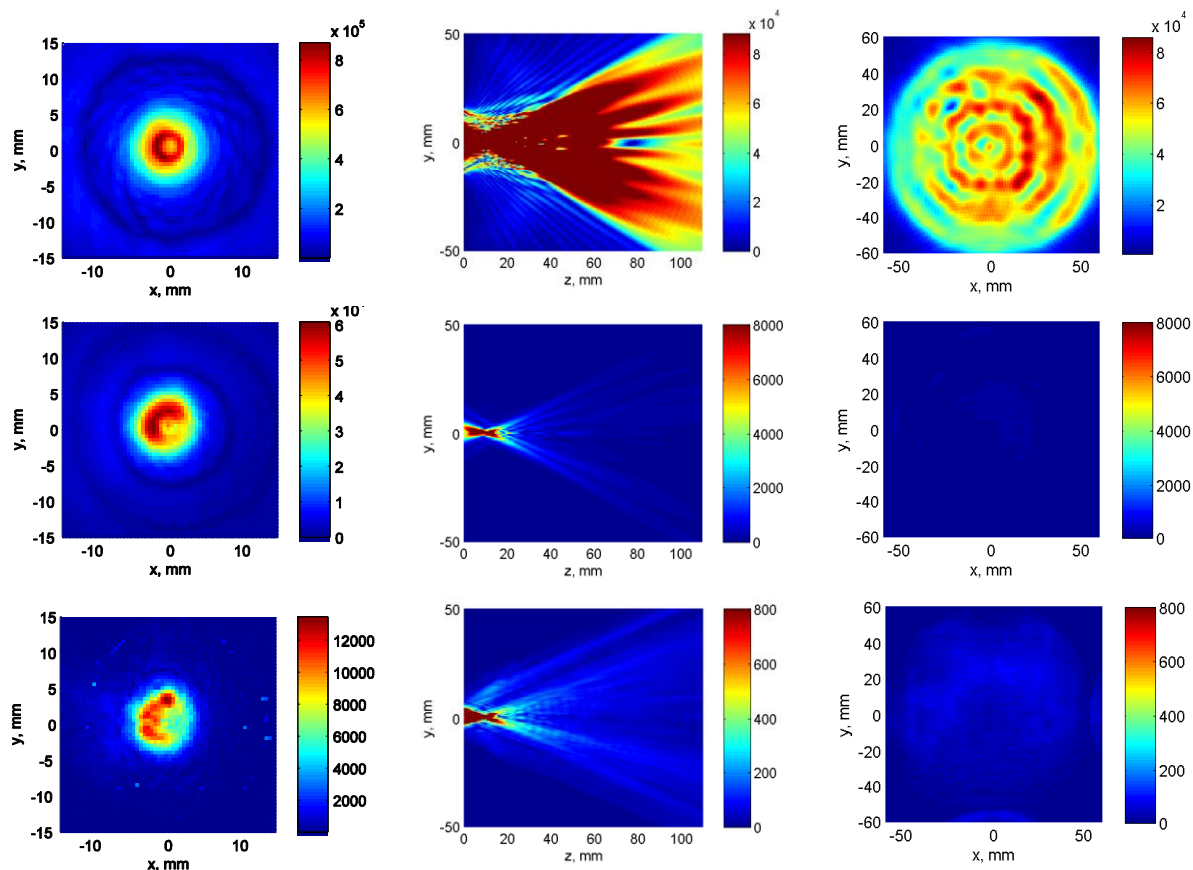


Рис. 1. Слева: распределения амплитуд акустического давления для первой, второй и третьей гармоники (сверху вниз), измеренные в плоскости  $XY$  на расстоянии 110 мм от излучателя; в центре: рассчитанные распределения амплитуд давления в плоскости  $YZ$  для 3-х гармоник; справа: рассчитанные распределения амплитуд акустического давления на поверхности излучателя для 3-х гармоник

В результате работы предложен метод нелинейной акустической голографии, позволяющий определить реальную структуру акустического поля на поверхности мощного ультразвукового преобразователя, работающего в нелинейном режиме. Метод является очень перспективным для характеристики реальных терапевтических преобразователей.

Работа поддержана грантами РФФИ 12-02-31925, 13-02-00183 и 11-02-01189.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сапожников О.А., Пищальников Ю.А., Морозов А.В. // Акуст. журн., 2003, Т. 49, № 3, с. 416-424
2. Tsysar S., Sapozhnikov O., Lafon C., T Charrel., Canney M. // Book of Abstracts of the ICU 2011, Gdansk, Poland, 2011, pp. 337-338