УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА **5,** 135056 (2013)

ТЕРМОРЕФРАКТИВНЫЕ ШУМЫ В РЕЗОНАТОРЕ НА ДЕФЕКТЕ В ФОКСОННОМ КРИСТАЛЛЕ

Н.М. Кондратьев[1], М.Л. Городецкий[1,2]
[1]*Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова,*
[2]*Российский Квантовый центр Сколково*
noxobar@mail.ru, michael.gorodetskiy@gmail.com

В настоящее время активно исследуются оптомеханические свойства фоксонных кристаллов. Термин «фоксонный» (phoxonic) образован путём смешения слов «фотонный» (photonic) и «фононный» (phononic и sonic) и полностью отражает физическую сущность системы. Идея состоит в том, что метаматериал является одновременно фотонным кристаллом (имеет запрещённую зону электромагнитных частот) и фононным кристаллом. В рассматриваемом нами случае такой системой является тонкая перфорированная диэлектрическая перемычка. Период и диаметр перфорации меняется к центру перемычки таким образом, что образуется как оптический, так и механический резонатор. В результате распределение мод обоих резонансов получается сходной, что приводит к сильному оптомеханическому взаимодействию. Это, в свою очередь, позволяет применять систему для высокочувствительных экспериментов по квантовым измерениям, таким как охлаждение до нулевого состояния [1, 2] и медленный свет [3].

В данной работе рассчитывается терморефрактивный шум, который был значительным в экспериментах с диэлектрическими микрорезонаторами. Как и в них, в фоксонных кристаллах свет сосредоточен в малой области диэлектрика, поэтому возможно ожидать большое влияние подобного шума и здесь.

Терморефрактивный шум является следствием флуктуаций температуры. Из термодинамики следует, что подобные флуктуации в среде объёма V имеют дисперсию

$$\left\langle u^2 \right\rangle = \frac{k_B T^2}{C\rho V}, \tag{1}$$

где $u = T - T_0$ – отклонение температуры, k_B – постоянная Больцмана, C – удельная теплоёмкость, ρ – плотность. Изменения температуры влияют на показатель преломления, создавая терморефрактивный шум. Чтобы связать отклонение температуры с изменением показателя преломления и найти объём, фигурирующий в выражении (1), необходима форма электромагнитной моды резонатора. Мы рассматриваем фоксонный кристалл из работы [4]. Возможно записать функцию, повторяющую характерную форму фундаментальной моды (рис. 1) и использовать её для оценки шума. Полагая поле гауссовским, для упрощения расчётов, получим

$$\left|E(\vec{r},t)\right|^2 \propto G(z,h/2)G(y,w/2)G(x,L/2)A\cos(m\pi\frac{x}{L})^2\cos(\omega t)\,, \qquad (2)$$

где $A^{-1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{\pi^2m^2/4}$ – нормировка, $m=\frac{2k+1}{2}$ и $L=2115$ нм – полурасстояние между нормальными отверстиями (полудлина дефекта).

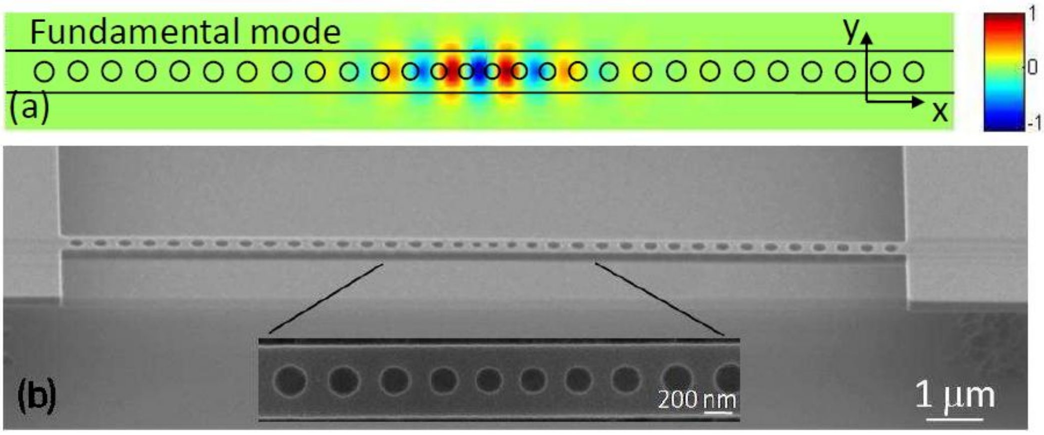

Рис. 1. Форма фундаментальной моды и фотография кристалла, изготовленного в [4]. Толщина перемычки $2h=220$ нм, толщина $2h=500$ нм, период фоксонного кристалла $d=430$ нм линейно уменьшается за $k=5$ отверстий до $d_c=330$ нм в центре резонатора. Радиусы отверстий составляют $r=0.28d$

Используя (2), можно получить эффективный объём моды в $1.4(\lambda/n)^3$. Таким образом, отклонение температуры составляет порядка 2.3 мК, а соответствующий сдвиг частоты – 120×10^{-9} для параметров [4].

Для нахождения спектральной плотности флуктуаций мы применяем флуктуационно-диссипационную теорему (ФДТ). Для рассматриваемой системы используем подход Левина [5]. Рассмотрим линейную систему, на которую действует периодическая «пробная» сила $f=F_0\cos(\omega t)q(\vec{r})$, где q – некая нормированная функция координат. Мы можем рассчитать отклик системы на данную силу и энергию, рассеиваемую системой в данном процессе. Тогда флуктуации переменной $y=\int x(\vec{r})q(\vec{r})d^3r$, где x энергетически сопряжённая с f (т.е. $W_f=\int f dx$), имеют спектральную плотность

$$S_y(\omega)=\hbar\frac{4W_{\text{diss}}}{\omega F_0^2}\coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\right). \qquad (3)$$

Сдвиг частоты резонатора подчиняется ФДТ в данной формулировке. Можно решить тепловые уравнения и рассчитать рассеянную энергию прямо для частот выше $\frac{32}{h^2+w^2+L^2}\frac{\pi\kappa}{\rho C}$

$$S_{\delta\omega/\omega}(\omega)=\frac{8k_BT^2}{\omega^2}\frac{\kappa}{\rho^2C^2}\frac{4}{hwL}\frac{\beta^2}{n^2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}^3}\left(\frac{\pi^2m^2}{L^2}+3\left(\frac{1}{L^2}+\frac{1}{h^2}+\frac{1}{w^2}\right)\right), \qquad (4)$$

где κ – теплопроводность. Чтобы рассчитать шум для всех частот, можно сделать следующие допущения. Источник шума связан с механизмом диссипации. В рассматриваемой системе энергия эффективно рассеивается только вдоль перемычки. Таким образом, мы можем перейти к одномерной задаче, позволяя рассчитать спектральную плотность во всей полосе частот. Результат выражается через комбинацию функций Френеля от параметра $R = \frac{L\omega}{8}\frac{\rho C}{\kappa}$. Так как $R \approx 35$ на интересующих нас частотах (>0.1 ГГц), формулу можно упростить:

$$S_{\delta\omega/\omega}(\omega) = \frac{8k_B T^2}{\omega^2}\frac{\kappa}{\rho^2 C^2}\frac{4}{hwL}\frac{\beta^2}{n^2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{L^2} \tag{5}$$

с относительной ошибкой, не превышающей 16%. Оценки данной величины показали, что шум достаточно мал. Для параметров [4] на частоте 1 ГГц он составил 0.36 $\frac{10^{-12}}{\sqrt{\text{Гц}}}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Safavi-Naeini A. H., Chan J., Hill J. T., T. Alegre P. M., Krause A., Painter O. Observation of Quantum Motion of a Nanomechanical Resonator. // Phys. Rev. Letters. 2012. V. 108. No 3 P. 033602.
2. Chan J., Mayer Alegre T. P., Safavi-Naeini A. H., Hill J. T., Krause A., Groeblacher S., Aspelmeyer M., Painter O. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state. // Nature. 2011. V. 478. No 7367. P. 89.
3. Chang D. E., Safavi-Naeini A. H., Hafezi M., Painter O. Slowing and stopping light using an optomechanical crystal array. // Phys. Letts. A, 372(12):1941–1944, 2008.
4. Deotare P. B., McCutcheon M. W., Frank I. W., Khan M., Lonˇcar M. High quality factor photonic crystal nanobeam cavities. // Applied Physics Letters. 2009. V. 94. No 12. P. 121106.
5. Levin Yu. Fluctuation-dissipation theorem for thermo-refractive noise. // Phys. Letts. A. 2008. V. 372. No 12. P. 1941.