

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ СИЛЬНОСВЯ-  
ЗАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ

К.Н. Алексеев<sup>1</sup>, А.Г. Баланов<sup>1,2</sup>, А.Е. Храмов<sup>2,3</sup>, А.А. Короновский<sup>2,3</sup>,  
В.А.Максименко<sup>2,3</sup>, О.И. Москаленко<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Loughborough University, United Kingdom, Loughborough, LE11 3TU

<sup>2</sup>ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный университет  
имени Н.Г. Чернышевского", 410012, Астраханская, 83, Саратов, Россия

<sup>3</sup>ФГБОУ ВПО "Саратовский государственный технический университет  
имени Ю. А. Гагарина", 410054, Политехническая, 77, Саратов, Россия

maximenkovl@gmail.com

Полупроводниковые сверхрешетки были предложены в 1969 г. Л. Эсаки и Р. Тсу [1] в качестве объекта для изучения квантово-механических явлений. Они представляют собой структуры, состоящие из чередующихся тонких (порядка 10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов. В настоящее время интерес к сверхрешеткам связан с возможностью их использования для создания приборов, работающих в режиме генерации сигналов сверхвысоких частот [2]. Известно, что при приложении разности потенциалов, превышающей некоторое критическое значение, в сверхрешетке возникает генерация колебаний тока. При этом важными задачами являются анализ устойчивости стационарного распределения электрического поля и нахождение критического значения напряжения, необходимого для возникновения колебаний. Подобные исследования были проведены для диода Ганна [3]. Другой важной задачей является анализ характеристик колебательных режимов, таких как частота и амплитуда колебаний. В настоящей работе данные проблемы обсуждаются в рамках аналитической теории устойчивости стационарного состояния полупроводниковой сверхрешетки.

Динамика электронного транспорта в полупроводниковой сверхрешетке без учета диффузии может быть описана при помощи самосогласованной системы уравнений, включающей уравнение непрерывности и уравнение Пуассона

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} (nv_d(F)), \quad \frac{\partial F}{\partial x} = v(n-1). \quad (1)$$

Система уравнений (1) записана относительно безразмерных величин, которые связаны с размерными через следующие соотношения:

$$x = x'/L', \quad t = t'/\tau', \quad n = n'/n'_d, \quad F = F'/F'_c, \quad F_c = \hbar/(ed'\tau'), \quad (2)$$

$$\mathcal{G}_0 = \delta\Delta'd'/(2\hbar), \quad \beta = \mathcal{G}_0\tau'/L', \quad v = eL'n'_d/(F'_c\varepsilon_r\varepsilon_0),$$

где  $d'=8.3$  нм – период сверхрешетки,  $L'=115.2$  нм – ее длина,  $n'_d=3 \times 10^{22}$  м<sup>-3</sup> – равновесная концентрация электронов,  $e>0$  – заряд элек-

трона,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_r=12.5$  – электрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость материала, соответственно. Параметры  $\tau'=250$  фс,  $\delta=1/8.5$  характеризуют рассеяние электронов,  $\beta=0.03074$ ,  $v=15.769$ . Размерные значения параметров соответствуют полупроводниковым сверхрешеткам, использованным ранее в экспериментальных работах [4].

Зависимость  $v_d(F)$ , характеризующая скорость электрона в электрическом поле, для случая низких температур и отсутствия магнитного поля может быть получена аналитически в рамках полуклассического подхода [1]

$$v_d(F) = \frac{F}{1 + F^2}. \quad (3)$$

Для проведения анализа устойчивости введем в рассмотрение малые возмущения  $\tilde{F}(x,t)$ ,  $\tilde{n}(x,t)$ , эволюция которых будет описываться линеаризованными уравнениями системы (1)

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} ((n_0 + \tilde{n})(v_d(F_0) + v'_d(F_0)F')), \quad \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} = v\tilde{n}. \quad (4)$$

Выполняя подстановку  $\tilde{n}(x,t) = \check{n}(x)e^{\sigma t}$ ,  $\tilde{F}(x,t) = \check{F}(x)e^{\sigma t}$ , где  $\sigma = \lambda - i\omega$ , из первого уравнения системы (4) можно получить

$$v_d(F_0) \frac{d^2 \check{F}}{dx^2} + \left( \frac{\sigma}{\beta} + v'_d(F_0) \frac{dF_0}{dx} + v n_0 v'_d(F_0) \right) \frac{d\check{F}}{dx} + \left( v \frac{dn_0}{dx} v'_d(F_0) + v n_0 v'_d(F_0) + v n_0 v''_d(F_0) \right) \check{F} = 0 \quad (5)$$

В данном случае зависимость  $v_d(F_0)$  задается соотношением (3), а выражение, описывающее распределение электрического поля  $F_0(x)$  для заданного напряжения  $U_{SL}$ , было ранее получено аналитически в работе [4]. Таким образом, интегрируя выражение (5), можно получить пространственное распределение возмущения электрического поля  $\check{F}(x,t)$ , характеризующееся коэффициентом нарастания/затухания  $\sigma$ . Отметим, что падение напряжения на сверхрешетке поддерживается постоянным, следовательно, в системе могут существовать только возмущения электрического поля для которых

$$\check{U}_{SL} = \int_0^1 \check{F}(x) dx = 0 \quad (6)$$

В момент, когда стационарное состояние становится неустойчивым, в системе появляется возмущение, коэффициент нарастания  $\lambda$  которого становится положительным. Следовательно, непосредственно в момент

бифуркации,  $\lambda=0$ . Таким образом, в уравнении (5)  $\text{Re}(\sigma)=0$ , и его решение при заданном  $U_{SL}$  представляет собой набор возмущений, характеризующихся частотой  $\omega=\text{Im}(\sigma)$ . Далее, применяя граничное условие (6), из полученного набора можно выбрать возмущения, реализующиеся в сверхрешетке при данном значении управляющего параметра  $U_{SL}$ . На рис. 1 показаны значения интеграла (6) для возмущений с  $\lambda=0$  и различными частотами  $\omega$ . При этом сплошной линией показан случай, когда напряжение на сверхрешетке соответствует критическому  $U^*_{SL}=1.25$ . Штриховой и штрихпунктирной линиями показаны случаи, когда напряжение оказывается меньше и больше порогового, соответственно. Видно, что при пороговом напряжении существует возмущение, для которого выполняется условие (6). В системе возникают колебания, причем, их частота равна частоте колебаний  $\omega$  найденного возмущения. Полученный результат отлично соответствует численному расчету.

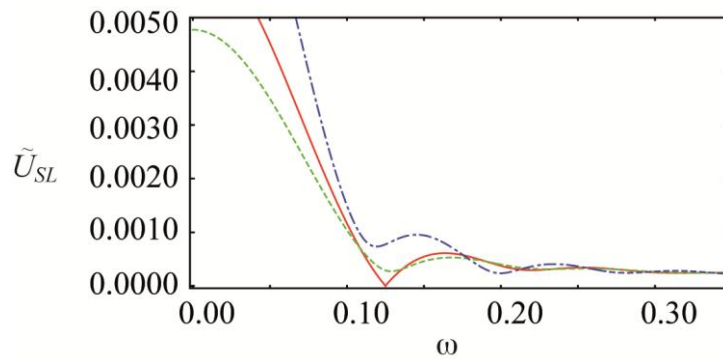


Рис. 1. Значения интеграла (6) для возмущений, характеризующихся нулевым значением коэффициента затухания  $\lambda$  и имеющих разные частоты  $\omega$ . Сплошная линия соответствует, случаю, когда напряжение на сверхрешетке равно пороговому значению  $U^*_{SL}=1.25$ .

Очевидно, что приведенный выше метод позволяет находить возмущение, существующее в сверхрешетке при заданном напряжении и характеризующееся определенным коэффициентом затухания (нарастания) и частотой. Таким образом, можно провести анализ полученного возмущения в области больших напряжений. На рисунке 2а показана зависимость коэффициента нарастания возмущения  $\lambda$  от напряжения на сверхрешетке, на рисунке 2б – частота возмущения. Точками отмечены значения частоты колебаний тока, текущего через сверхрешетку  $J=nv_d(F)$ , полученные численно при данном значении  $U_{SL}$ . Видно, что частота колебаний тока хорошо соответствует частоте возмущения. Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что генерация в рассмотренной сверхрешетке прерывается при больших напряжениях. В этом случае значение коэффициента  $\lambda$  оказывается равным нулю (рис. 2а).

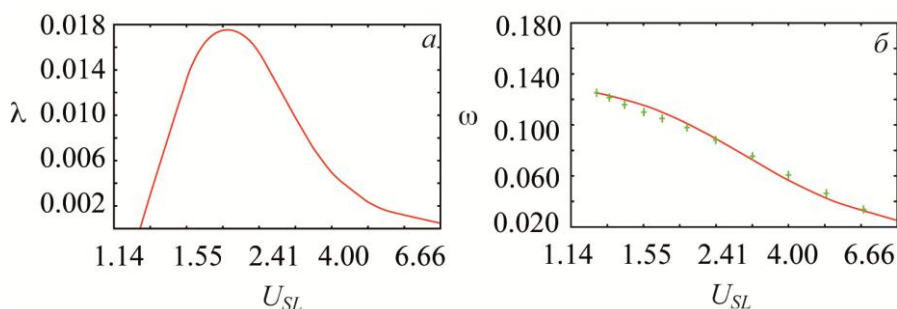


Рис. 2. Зависимость коэффициента нарастания (а) и частоты (б) возмущения от напряжения на сверхрешетке. Точками показаны значения частоты колебаний тока в сверхрешетке, вычисленные по временным рядам

В работе проведен анализ устойчивости стационарного состояния полупроводниковой сверхрешетки. Показано, что при пороговом значении напряжения в системе появляется возмущение с нулевым коэффициентом затухания. При этом частота возникших колебаний тока равна частоте полученного возмущения. Анализ данного возмущения в области больших напряжений показывает, что колебания в системе возможны, пока его коэффициент нарастания положителен, а частота колебаний тока соответствует частоте колебаний возмущения при всех значениях управляющего параметра. Таким образом, обнаружена связь между динамикой возмущения и характеристиками генерируемых колебаний тока. Полученные аналитически результаты отлично соответствуют результатам численного моделирования. Проведение подобного анализа позволяет рассчитать значение напряжения, необходимого для генерации колебаний тока, а также оценить частоту возникших колебаний.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых – кандидатов (МК-672.2012.2) и докторов (МД-345.2013.2) наук, ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2), а также РФФИ (проект 12-02-33071 ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Esaki L., Tsu R. // IBM Journal of Research and Development. 1970. V. 14. No. 1. P. 61.
2. Hyart Timo et. al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 103, P. 117401.
3. Kroemer H. // IEEE Transactions On Electron Devices 1968. V. ED-15. No. 11. P. 819.
4. Fromhold T.M. et. al. // Nature 2004. V. 428. P. 726.