ТУРБУЛИЗОВАННЫЙ ЛАЗЕРНЫЙ ПУЧОК В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Т.И. Арсеньян, Н.А. Сухарева, А.П. Сухоруков
Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет
arsenyan@mail.ru, suhareva@phys.msu.ru, apsmsu@gmail.com

Стохастические свойства каналов передачи данных традиционно принято описывать в квазистационарном приближении, игнорируя возможные вариации статистических распределений за интервал времени передачи отдельной сигнальной группы или зондирующей последовательности. Подобные приближения допустимы для задач локации или зондирования и становятся недостаточными при разработке помехоустойчивых алгоритмов управления сеансами передачи данных, длительность которых варьируется от нескольких секунд до фактически не прерываемого соединения.

Представлен последовательный анализ пространственно-временных флуктуаций направленного пучка, распространяющегося в неоднородной турбулизованной среде с разномасштабными типами неоднородностей. Использован метод нелинейных время-частотных и пространственно-волновых отображений на основе квазираспределений Вигнера [1, 2]:

$$Z\left(\vec{r},\vec{k},t,\omega\right)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int u^*\left(\vec{r}-\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},t-\frac{\tau}{2}\right)u\left(\vec{r}+\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},t+\frac{\tau}{2}\right)e^{-i\tau\omega-i\vec{\tau_{\vec{r}}}\vec{k}}d\tau d\vec{\tau_{\vec{r}}}, \quad (1)$$

здесь $u(\vec{r},\mathrm{t})$- профиль пучка в заданный момент времени. Если задачу можно ограничить время-частотным или пространственно-частотным анализом, от (1) можно перейти к более употребляемым парциальным распределениям Вигнера:

$$\begin{gathered} W\left(\vec{r},\vec{k};\mathrm{t}\right)=\int Z\left(\vec{r},\vec{k},\mathrm{t},\omega\right)\mathrm{d}\omega \\ W(\vec{r};\omega,\mathrm{t})=\int Z\left(\vec{r},\vec{k},\mathrm{t},\omega\right)d\vec{k}. \end{gathered} \quad (2)$$

Получим уравнение эволюции для квазираспределений (1) или (2), пренебрегая частотной дисперсией для среды распространения пучка и ограничиваясь только пространственной дисперсией. В таких условиях справедливо утверждение:

$$u(\vec{r},\mathrm{t})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int S\left(\vec{k},0\right)e^{i\left(\vec{k}\vec{r}-\omega\left(\vec{k}\right)t\right)}d\vec{k}, \quad (3)$$

где $S\left(\vec{k},0\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int u(\vec{r},0)e^{i\vec{k}\vec{r}}d\vec{r}$ - начальный пространственный спектр пучка. После подстановки (3) в (2) с учётом общего выражения (1) получим:

$$W(\vec{r},\vec{k},t)=\frac{1}{2\pi}\int S^*(\vec{k}+\frac{\vec{\theta}}{2},0)S(\vec{k}-\frac{\vec{\theta}}{2},0)e^{-i\vec{\theta}\vec{r}}e^{i(\omega^*(\vec{k}+\frac{\vec{\theta}}{2})-\omega(\vec{k}-\frac{\vec{\theta}}{2}))t}d\vec{\theta} \quad (4)$$

или

$$W(\vec{r},\vec{k},t)=\frac{1}{2\pi}\iint W(\vec{r'},\vec{k},0)e^{-i\vec{\theta}(\vec{r'}-\vec{r})}e^{i(\omega^*(\vec{k}+\frac{\vec{\theta}}{2})-\omega(\vec{k}-\frac{\vec{\theta}}{2}))t}d\vec{\theta}d\vec{r'}. \qquad (5)$$

Подынтегральное выражение (5) представим как свёртку начального псевдораспределения Вигнера рассматриваемой волны с ядром интегрального уравнения, зависящим от разности координат, направления распространения и времени:

$$W(\vec{r},\vec{k},\mathrm{t})=\frac{1}{2\pi}\int W(\vec{r'},\vec{k},0)L(\vec{r'}-\vec{r},\vec{k},t)d\vec{r'}, \qquad (6)$$

здесь $L(\vec{r'}-\vec{r},\vec{k},t)=\int e^{-i\vec{\theta}(\vec{r'}-\vec{r})}e^{i(\omega^*(\vec{k}+\frac{\vec{\theta}}{2})-\omega(\vec{k}-\frac{\vec{\theta}}{2}))t}d\vec{\theta}.$

Отметим два свойства функции Вигнера, принципиальных для последующих обсуждений. Во-первых, наблюдаемое в плоскости регистрации оптического сигнала распределение интенсивности связано с функцией Вигнера маргинальным условием [2]:

$$\int W(\vec{r},\vec{k},\mathrm{t})d\vec{k}=|\,u(\vec{r},\mathrm{t})\,|^2. \qquad (7)$$

Рис. 1. Распределение интенсивности для пучка с высокой пространственной когерентностью (слева), «бинарного пучка» (центр) и пучка с низкой степенью когерентности (справа)

Во-вторых, начальный пространственно-частотный профиль функции Вигнера определяется пространственной когерентностью используемого «носителя сигнала». Практическое значение имеют три идеализированных начальных пространственных распределения для пучка:

– одномодовый гауссовский пучок с высокой степенью пространственной когерентности,

– многомодовый гауссовский пучок с низкой степенью пространственной когерентности,

– «бинарный» пучок, составленный из двух одномодовых гауссовских, распространяющихся под углом друг к другу.

Примеры экспериментально регистрируемых распределений интенсивности пучка представлены на рис. 1 [3].

Рассмотрим случайный волновой процесс, описываемый распределением квазимонохроматического поля в плоскости наблюдения $u(\vec{r},t)$. Определим функцию Вигнера после усреднения по ансамблю наблюдаемых состояний:

$$\langle Z(\vec{r},\vec{k},t,\omega)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^2}\int E\left[u^*\left(\vec{r}-\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},t-\frac{\tau}{2}\right)u\left(\vec{r}+\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},t+\frac{\tau}{2}\right)\right]e^{-i\tau\omega-i\vec{\tau_{\vec{r}}}\vec{k}}d\tau d\vec{\tau_{\vec{r}}}. \quad (8)$$

Подынтегральная компонента $E[**]$ совпадает с принятым определением автокорреляционной функции или, после нормировки, степенью когерентности первого порядка (временной и пространственной):

$$R(\vec{r_1},\vec{r_2},t_1,t_2) = E[u(\vec{r_1},t_1)u^{(*)}(\vec{r_2},t_2)] \quad (9)$$

После подстановки (9) в (8) получим соотношения между автокорреляционной функцией и функцией Вигнера:

$$\langle Z(\vec{r},\vec{k},t,\omega)\rangle = \frac{1}{(2\pi)^2}\int R\left(\vec{r}-\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},\vec{r}+\frac{\vec{\tau_{\vec{r}}}}{2},t-\frac{\tau}{2},t+\frac{\tau}{2}\right)e^{-i\tau\omega-i\vec{\tau_{\vec{r}}}\vec{k}}d\tau d\vec{\tau_{\vec{r}}}, \quad (10)$$

$$R(\vec{r_1},\vec{r_2},t_1,t_2) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int \left\langle Z\left(\frac{\vec{r_1}+\vec{r_2}}{2},\vec{k},\frac{t_1+t_2}{2},\omega\right)\right\rangle e^{-i(t_2-t_1)\omega-i(\vec{r_2}-\vec{r_1})\vec{k}}d\omega d\vec{k}. \quad (11)$$

На основе уравнения (5) и соотношений (10), (11) возможно описать процесс распространения случайного или псевдослучайного пучка при заданных начальных автокорреляционных параметрах и дисперсионной характеристике среды. Например, для среды без дисперсии справедливо:

$$\omega(k) = ck,$$
$$R(\vec{r_1},\vec{r_2},t_1,t_2) = R(\vec{r_1}-\vec{c}t,\vec{r_2}-\vec{c}t,0,0),$$
$$\langle Z(\vec{r},\vec{k},t,\omega)\rangle = \langle Z(\vec{r}-\vec{c}t,\vec{k},0,\omega)\rangle.$$

Действие среды с «регулярной» дисперсией можно описать, разложив в ряд по углам отклонения разности в подынтегральных экспонентах ядра уравнения (6):

$$\omega(\vec{k}) = \omega_R(\vec{k}) + i\omega_I(\vec{k})$$
$$\omega_R(k+\frac{\theta}{2}) - \omega_R(k-\frac{\theta}{2}) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty}\omega_R^{2n+1}(k)}{(2n+1)!}\frac{\theta^{(2n+1)}}{2^{2n}} \sim \omega'_R(k)\theta + \frac{1}{24}\omega_R^3(k)\theta^3\ldots \quad (12)$$
$$\omega_I(k+\frac{\theta}{2}) + \omega_I(k-\frac{\theta}{2}) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty}\omega_I^{2n}(k)}{(2n)!}\frac{\theta^{(2n)}}{2^{(2n-1)}} \sim 2\omega_I(k)\theta + \frac{1}{8}\omega_I^2(k)\theta^2\ldots$$

Если ограничиться линейным членом разложения (12), после подстановки в (5) получим

$$W(\vec{r},\vec{k},t) \approx e^{(2\omega_I(k)t)}\int W(\vec{r'},\vec{k},0)\delta(\vec{r'}-\vec{r}+v_g(\vec{k})t)d\vec{r'},$$

где $v_g(\vec{k})$- групповая скорость в регулярной среде.

Среда с нерегулярной в пространстве и нестационарной дисперсией требует иного подхода. В эргодическом приближении определим среднее по ансамблю состояний среды ядро интегрального уравнения (6):

$$\langle L(\vec{r'}-\vec{r},\vec{k},t)\rangle = \int e^{-i\vec{\theta}(\vec{r'}-\vec{r})}\langle e^{i(\omega^*(\vec{k}+\frac{\vec{\theta}}{2})-\omega(\vec{k}-\frac{\vec{\theta}}{2}))t}\rangle d\vec{\theta}. \quad (13)$$

Для среднего по ансамблю ядра можно определить характерные пространственные масштабы вариаций состояния среды. В зависимости от значений длин продольной и поперечной пространственной когерентности пучка на входе в среду и продольных и поперечных неоднородностей. Подставив (13) в (6) и переопределив начальную функцию Вигнера через пространственную автокорреляционную функцию пучка в начальный момент времени (11), получим:

$$W(\vec{r},\vec{k},\mathrm{t}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint R(\vec{r_1} - \frac{\vec{r_2}}{2}, \vec{r_1} + \frac{\vec{r_2}}{2}) \langle L(\vec{r_1} - \vec{r}, \vec{k}, t)\rangle e^{i\vec{r_2}\vec{k}} d\vec{r_1} d\vec{r_2} \qquad (14)$$

Пространственно-временное распределение интенсивности пучка в турбулентной среде можно вычислить, используя маргинал (7):

$$|\, u(\vec{r},\mathrm{t})\, |^2 = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iiint R(\vec{r_1} - \frac{\vec{r_2}}{2}, \vec{r_1} + \frac{\vec{r_2}}{2}) \langle L(\vec{r_1} - \vec{r}, \vec{k}, t)\rangle e^{i\vec{r_2}\vec{k}} d\vec{r_1} d\vec{r_2} d\vec{k} \qquad (15)$$

Интересны два предельных случая преобразования (15) с ясной физической интерпретацией: распространение исходно дельта-коррелированного пучка и распространение плоской монохроматической волны.

Представленный в докладе аппарат анализа структуры турбулизованного пучка в фазовом пространстве ориентирован прежде всего на аналитическое описание пространственного распределения интенсивности в плоскости регистрации. Относительная простота и физическая обоснованность интегральных соотношений позволяют встраивать их в алгоритмы управления помехоустойчивостью открытых оптических каналов передачи данных

ЛИТЕРАТУРА

1. Cohen L. *et. al.* Classical, Semi-classical and Quantum Noise. Springer Science+Business Media, LLC 2012.
2. Cohen L., Loughlin P. Dispersion, its effects and compensation. In: Sadjadi F. (ed) Physics of automatic target recognition. Springer. Berlin. 2007.
3. Арсеньян Т.И. Распространение электромагнитных волн в тропосфере. Томск: ТУСУР. 2006.