

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОМ УСИЛЕНИИ В МОДЕЛИ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ

А.В. Титов, А.А. Фунтов
 Саратовский Государственный Университет
 titovav88@gmail.com

Явление двухпучковой неустойчивости стало хрестоматийным, поскольку представляет собой яркую иллюстрацию понятий абсолютной и конвективной неустойчивости [1]. В электронике СВЧ двухпучковая неустойчивость имеет место, в частности, при взаимодействии двух однонаправленных или противоположно направленных электронных пучков. На основе взаимодействия двух электронных потоков ранее был создан усилитель сантиметрового диапазона, названный электронно-волновой лампой [2]. Планировалось использовать данный прибор для продвижения в миллиметровый диапазон длин волн, поскольку он лишен замедляющих структур. Однако, повышение частоты возможно только в определенных пределах, поскольку условия возникновения неустойчивости определяются взаимной связью частоты сигнала, разницы в скоростях пучков и их плотности.

Взаимодействие двух бесконечно широких электронных потоков, согласно линейной теории, можно описать двумя уравнениями вида (см., например, [3]):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dx^2} + 2j\beta_{e1} \frac{di_1}{dx} - (\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) i_1 &= -\beta_{p1}^2 i_2 \\ \frac{d^2 i_2}{dx^2} + 2j\beta_{e2} \frac{di_2}{dx} - (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2) i_2 &= -\beta_{p2}^2 i_1 \end{aligned} \quad (1)$$

здесь i_1, i_2 – переменные составляющие токов пучков, $\beta_{e1,e2} = \frac{\omega}{v_{01,02}}$,

$\beta_{p1,p2} = \frac{\omega_p}{v_{01,02}}$, ω – частота сигнала, ω_p – плазменная частота, $v_{01,02}$ – скорости пучков.

Из условия совместности уравнений системы (1) можно легко получить широко известное дисперсионное соотношение, если положить $i_{1,2} \sim e^{-j\beta x}$

$$\frac{\omega_{p1}^2}{(\omega - \beta v_{01})^2} + \frac{\omega_{p2}^2}{(\omega - \beta v_{02})^2} = 1, \quad (2)$$

где β – неизвестная постоянная распространения.

Точное решение дисперсионного уравнения получить затруднительно, поэтому воспользуемся приближенным (см., например, [4]). Для этого введем среднюю скорость v и разброс по скоростям δ :

$$v = \frac{v_{01} + v_{02}}{2},$$

$$\delta = \frac{v_{01} - v_{02}}{2},$$

тогда в случае $v_{01} \neq v_{02}$, получим, что $v_{01} = v + \delta$, $v_{02} = v - \delta$.

Пусть теперь $\beta = \frac{\omega}{v} + \gamma$, при этом $\gamma\delta \rightarrow 0$, тогда

$$\omega - \beta v_{01} = \omega - \frac{\omega(v + \delta)}{v} - \gamma(v + \delta) = -\frac{\omega\delta}{v} - \gamma v$$

$$\omega - \beta v_{02} = \frac{\omega\delta}{v} - \gamma v$$

Отсюда следует новая форма дисперсионного уравнения

$$\frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} + \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} - \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} = 1 \quad (3)$$

Уравнение (6) имеет аналитическое решение вида:

$$\frac{\gamma v}{\omega_p} = \pm \sqrt{\left(\left(\frac{\omega\delta}{\omega_p v}\right)^2 + 1\right)} \pm \sqrt{4\left(\frac{\omega\delta}{\omega_p v}\right)^2 + 1} \quad (4)$$

Проанализируем решение (7). Легко видеть, что для возникновения неустойчивости в системе из двух пучков, хотя бы один из корней должно иметь мнимую часть. Это условие достигается при условии:

$$0 < \frac{\omega\delta}{\omega_p v} < \sqrt{2} \quad (5).$$

В этом случае в пространстве системы будут распространяться четыре волны: одна нарастающая, одна затухающая и две постоянной амплитуды, и возможно усиления сигнала. Однако частотный диапазон такого усиления ограничен условием (5).

Для того, чтобы при повышении частоты оставаться в области неустойчивости, необходимо либо увеличивать плотность пучка, либо уменьшать скоростной разброс. В первом случае за счет большого пространственного заряда ухудшается группировка, во втором случае разность скоростей становится сравнимой с тепловыми скоростями, что приводит к ослаблению и даже исчезновению неустойчивости.

При простом увеличении частоты при прочих постоянных величинах система выйдет из режима неустойчивости и перейдет в так называемый интерференционный режим (при $\chi > \sqrt{2}$). В этом режиме в системе распространяются четыре волны постоянной амплитуды.

Можно предположить, что в этом случае может иметь место усиление сигнала в широком диапазоне частот за счет интерференции упомянутых выше волн. При этом величина коэффициента усиления в интерференционном режиме сравнима с величиной коэффициента усиления в режиме неустойчивости. Под коэффициентом усиления понимается отношение квадрата амплитуды переменного тока на выходе лампы к квадрату амплитуды тока входной модуляции.

Ниже приведена зависимость коэффициента усиления от расстояния для различных частот сигнала при прочих постоянных величинах. Таким образом, параметр неоднородности увеличивался пропорционально частоте сигнала.

Ускоряющее напряжение $U = 1500\text{В}$, разброс пучков по скоростям составляет 5% от среднего значения скорости, ток первого пучка $I_{01} = 50\text{мА}$, ток второго пучка $I_{02} = 50\text{мА}$, плазменная частота $f_p = 100\text{МГц}$.

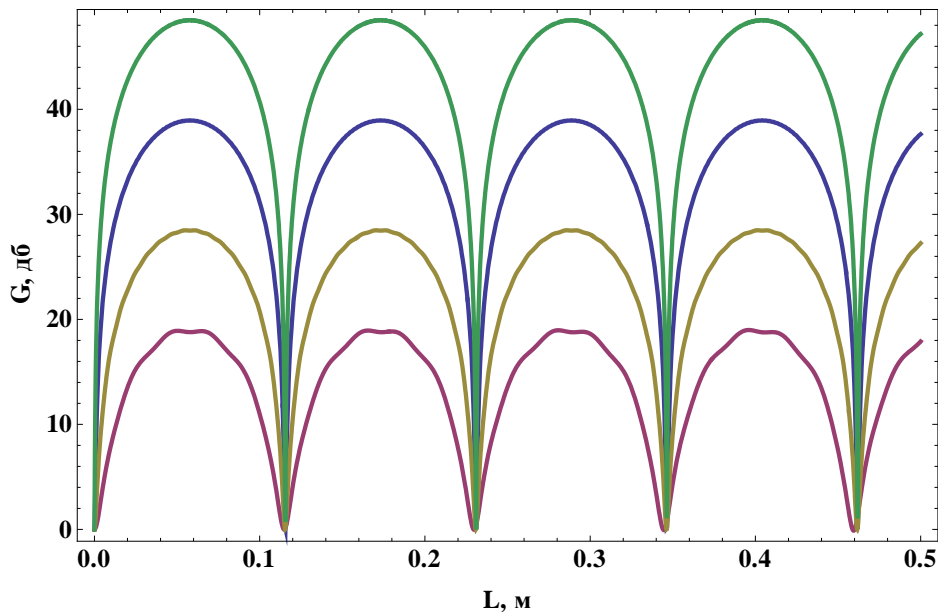


Рис. 1. Зависимость коэффициента усиления от расстояния для разных значений частот. Снизу вверх – $10 \cdot 10^3\text{МГц}$, $30 \cdot 10^3\text{МГц}$, $100 \cdot 10^3\text{МГц}$, $300 \cdot 10^3\text{МГц}$.

Данный механизм усиления является одним из способов перехода в терагерцовый диапазон частот без изменения параметров пучков. Ниже показана зависимость коэффициента усиления по току на фиксированной длине взаимодействия в зависимости от частоты сигнала.

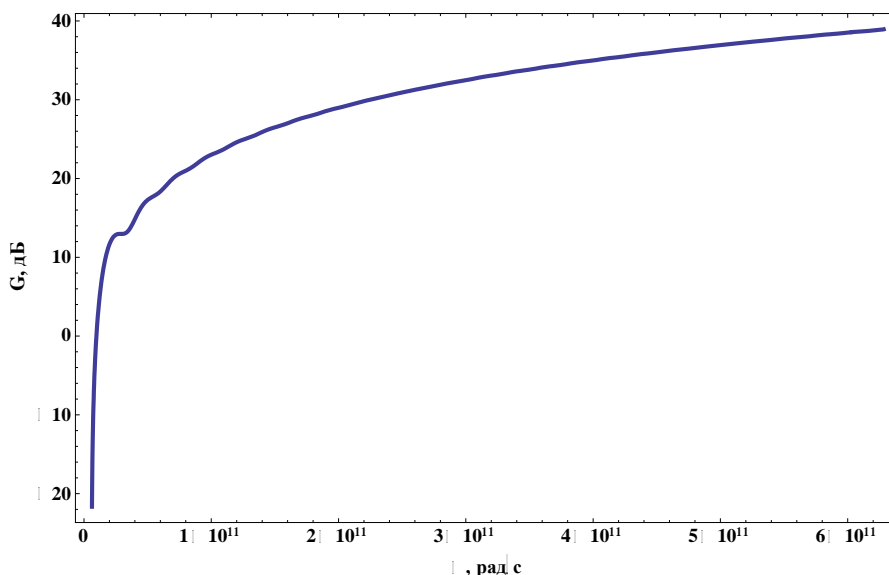


Рис.2. Зависимость коэффициента усиления от частоты в диапазоне от 10 до 100 ГГц на расстоянии 6 см. от входа лампы.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-1430.2012.2), РФФИ (проект № 11-02-00047, 13-02-01209)

ЛИТЕРАТУРА

1. Бриггс Р. Двухпучковая неустойчивость. Достижения физики плазмы. т. 3 и 4. // М: «Мир»; 1974
2. Haeff A. The Electron-Wave Tube – A novel method of Generation and Amplification of Microwave Energy. P.I.R.E. 1949 January, p4.
3. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. // М.: Сов. Радио, 1970, 584 с.
4. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками // М.: 1953, 324 с..