

## Влияние диэлектрической матрицы на диссипативный туннельный перенос в полупроводниковых квантовых точках

В. Ч. Жуковский<sup>1,\*</sup>, В. Д. Кревчик<sup>2</sup>, М. Б. Семенов<sup>2</sup>, Р. В. Зайцев<sup>2</sup>,  
И. А. Егоров<sup>2</sup>, П. В. Кревчик<sup>2</sup>, А. К. Арынгазин<sup>3</sup>, К. Ямамото<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра теоретической физики.  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup>Пензенский государственный университет, 440026, Пенза, ул. Красная, д. 40.

<sup>3</sup>Институт фундаментальных исследований при Евразийском  
национальном университете им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан.

<sup>4</sup>Исследовательский институт при международном медицинском центре, Токио, Япония.  
(Статья поступила 10.06.2013; Подписана в печать 21.06.13)

Предложена модель одномерного диссипативного туннелирования для интерпретации особенностей туннельных вольт–амперных характеристик, полученных в эксперименте по визуализации локальной плотности состояний в квантовых точках InAs/GaAs методом комбинационной АСМ/СТМ (в схеме совмещенного атомного силового и сканирующего туннельного микроскопа). Найдено, что влияние двух локальных мод диэлектрической матрицы на вероятность одномерного диссипативного туннелирования приводит к появлению нескольких неэквидистантных пиков в соответствующей полевой зависимости. Показано, что теоретическая зависимость вероятности одномерного туннелирования (с учетом двух локальных фононных мод) от напряженности приложенного электрического поля качественно согласуется с экспериментальной вольт–амперной характеристикой контакта зонда совмещенного микроскопа к поверхности квантовых точек из InAs.

PACS: 73.21.La, 73.22.-f.

УДК:539.23; 539.216.1; 537.311.322.

Ключевые слова: квантовое туннелирование с диссипацией, квантовые точки, туннельные ВАХ.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение управляемости квантовых эффектов, связанных с диссипативной туннельной динамикой в низкоразмерных системах, является актуальной проблемой полупроводниковой наноэлектроники [1–49]. Использование науки о квантовом туннелировании с диссипацией для изучения взаимодействия квантовых точек (КТ) с контактной средой оказывается продуктивным, поскольку, во-первых, в пространстве наномасштабов физика и химия электронных процессов имеют много общего, что дает возможность рассматривать физику КТ в сочетании с многомерным диссипативным туннелированием, которое происходит и во многих химических реакциях [9]. Во-вторых, несмотря на использование инстантонных подходов, появляется возможность получить основные результаты в аналитической форме с учетом влияния среды на процесс туннельного переноса, что в других часто используемых подходах не представляется возможным. Важность учета влияния диэлектрической матрицы на управляемость мезоскопических систем отмечена в известной книге Й. Имри [1], в частности, в ней указывалось, что мезоскопические системы в действительности похожи на большие молекулы, но они всегда, по меньшей мере слабо, связаны

(посредством фононов, многочастичных возбуждений и т. д.) с гораздо большими (по существу — бесконечными) системами. Иногда силу этой связи можно контролировать, и, в идеале, было бы интересно проследить, как меняются характеристики системы при последовательном изменении силы связи от случая почти невзаимодействующей (замкнутой) до сильно взаимодействующей (открытой) системы. Изучение диссипативных туннельных эффектов оказывается актуальным при разработке устройств туннельной наноэлектроники с управляемыми характеристиками: от резонансно–туннельных диодов, транзисторов и одноэлектронных устройств на КТ до квантово–точечных клеточных автоматов и устройств беспроводной электронной логики. Оказывается, что управление мезоскопическими системами реализуется не только через изменение параметров наноструктур (например, изменение положения энергетических уровней КТ при изменении их размера), но и при учете влияния диэлектрической матрицы на макроскопические свойства таких систем, проявляющейся, в частности, в особенностях туннельных ВАХ. Данная работа была инициирована проведенным в [10] экспериментом по измерению туннельных ВАХ в полупроводниковых InAs КТ, где было обнаружено несколько неэквидистантных пиков, интерпретированных нами ранее в рамках модели одномерного диссипативного туннелирования с учетом одной локальной фононной моды [11]. При этом предложенная теоретическая модель позволила выявить только два единичных пика, один из которых оказался неустойчивым, что не вполне соответствова-

\*E-mail: physics@pnzgu.ru

ло имеющимся экспериментальным данным. В связи с этим в данной работе рассматривается модель одномерного диссипативного туннелирования с учетом влияния двух промотирующих фононных мод диэлектрической матрицы для процесса туннелирования через структуру единичных КТ в системе совмещенного АСМ/СТМ. Проводится качественное сравнение теоретической кривой вероятности одномерного туннелирования с ВАХ контакта АСМ зонда к поверхности КТ из InAs [10].

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент по визуализации локальной плотности состояний в КТ InAs/GaAs методом комбинированной АСМ/СТМ был выполнен в работе [10]. Схема эксперимента представлена на рис. 1. Качественное сравнение теоретической кривой вероятности одномерного диссипативного туннелирования (с учетом влияния локальной фононной моды диэлектрической матрицы) и экспериментальной ВАХ для полупроводниковых КТ из InAs/GaAs представлено на рис. 2. При этом оказалось, что основной пик теоретической кривой на полевой зависимости вероятности одномерного диссипативного туннелирования с учетом влияния одной локальной моды диэлектрической матрицы оказывается неустойчивым. Целью данной работы было показать, что качественное совпадение с экспериментальной ВАХ происходит при учете влияния двух промотирующих локальных фононных мод диэлектрической матрицы на вероятность одномерного диссипативного туннелирования, а также обсудить важный прикладной аспект учета влияния диэлектрической матрицы на управляемость туннельных ВАХ в устройствах нанoeлектроники.

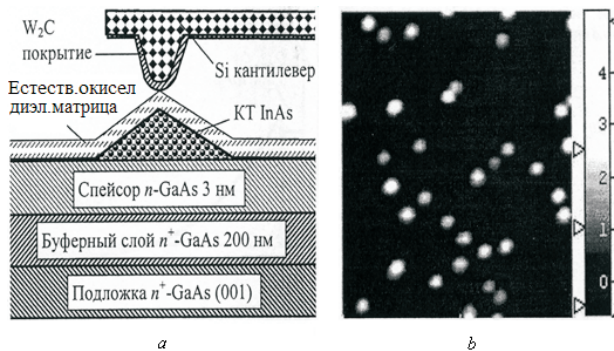


Рис. 1: Схема измерения токового изображения поверхностных КТ InAs/GaAs (a); АСМ изображение поверхности КТ InAs/GaAs (размер кадра  $750 \times 750 \text{ nm}^2$ , диапазон высот 5.9 нм) (b) [10]

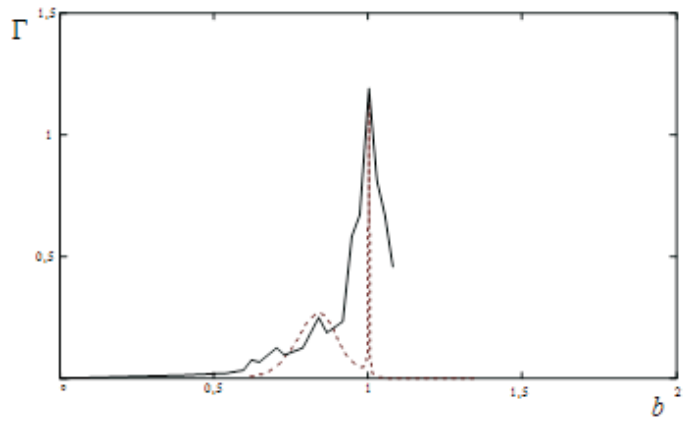


Рис. 2: Сравнение теоретической кривой (пунктирная линия) с учетом влияния локальной моды диэлектрической матрицы с экспериментальной кривой (сплошная линия) [11]

## 3. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ОДНОМЕРНОГО ДИССИПАТИВНОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ С УЧЕТОМ ДВУХ ЛОКАЛЬНЫХ ФОНОННЫХ МОД ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ

Гамильтониан системы в рамках модели одномерного диссипативного туннелирования задается формулой

$$\hat{H} = \frac{p_1^2}{2} + \nu_1(y_1) + y_1 \sum_{\alpha=2}^N C_{\alpha} y_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=2}^N (p_{\alpha}^2 + \omega_{\alpha}^2 y_{\alpha}^2), \quad (1)$$

где вдоль координаты туннелирования определяется модельный асимметричный двухъямный осцилляторный потенциал (рис. 3), и квазиклассическое действие определяется формулой

$$S\{y_1\} = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau \left[ \frac{1}{2} \dot{y}_1^2 + \nu(y_1) + \frac{1}{2} \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau' K(\tau - \tau') y_1(\tau) y_1(\tau') \right], \quad (2)$$

где

$$\nu(y_1) = \nu_1(y_1) - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=2}^N \frac{C_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} y_1^2. \quad (3)$$

или с учетом преобразований, изложенных в [12, 13], формулой (4).

Одномерное квазиклассическое действие в одноинстантонном приближении с учетом влияния диэлек-

трической матрицы:

$$S_B = 2\omega_0^2 (q_0 + q_1) q_0 \tau_0 - \frac{2\omega_0^2 (q_0 + q_1)^2 \tau_0^2}{\beta} - \frac{4\omega_0^4 (q_0 + q_1)^2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0}{\nu_n^2 (\nu_n^2 + \omega_0^2 + \zeta_n)}, \quad (4)$$

где  $q_1$  и  $q_0$  — параметры перенормированного двухъямного осцилляторного потенциала во внешнем электрическом поле:  $q_1 = b = b^* + \frac{|e|E}{\omega_0^2}$ ,  $q_0 = a = a^* - \frac{|e|E}{\omega_0^2}$ . Предэкспоненциальный множитель определяется вкладом траекторий, близко расположенных от инстантона. Для этого мы должны разложить действие до квадратичного члена по отклонениям  $q - q_B$  и проинтегрировать в функциональном пространстве. Тогда вероятность туннелирования в единицу времени можно записать в виде

$$\Gamma = B \exp(-S_B), \quad (5)$$

где

$$B = \left[ \frac{S_0}{2\pi} \cdot \frac{\det \left( \frac{\delta^2 S}{\delta q^2} \right)_{q=-q_0}}{\det' \left( \frac{\delta^2 S}{\delta q^2} \right)_{q=q_B(\tau)} \right]^{1/2}, \quad (6)$$

$$S_0 = \int_{-\beta/2}^{\beta/2} \dot{q}_B^2(\tau) d\tau, \quad (7)$$

здесь  $\det'$  означает, что нулевое собственное значение, соответствующее нулевой моде инстантона, опущено. Отметим, что вывод этой формулы предполагает приближение идеального инстантонного газа (или можно говорить о квазиклассическом одноинстантонном приближении в пределе разреженного газа пар «инстантон-антиинстантон», см. рис. 4.

$$\Gamma \ll (\Delta\tau)^{-1}, \quad (8)$$

где  $\Delta\tau$  — ширина перехода от положительного значения траектории к отрицательному. Предполагается, что в действие  $S\{q\}$  основной вклад вносит траектория  $q_B(\tau)$  (инстантон), минимизирующая функционал действия (2) и подчиняющаяся уравнению Эйлера-Лагранжа:

$$-\ddot{q}_B(\tau) + \frac{\partial v(q_B)}{\partial q_B} + \int_{-\beta/2}^{\beta/2} d\tau' K(\tau - \tau') q_B(\tau') = 0, \quad (9)$$

причем траектория  $q_B(\tau)$  ищется на классе периодических функций:

$$q_B(\tau) = q_B(\tau + \beta). \quad (10)$$

Решение (10) представлено на рис. 4. Траектория  $q_B(\tau)$  изображена на рис. 4.

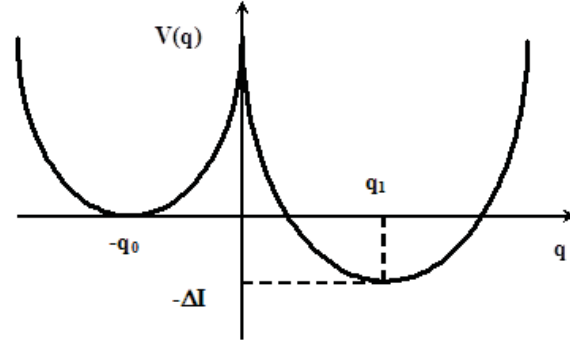


Рис. 3: Потенциальная энергия частицы вдоль координаты туннелирования

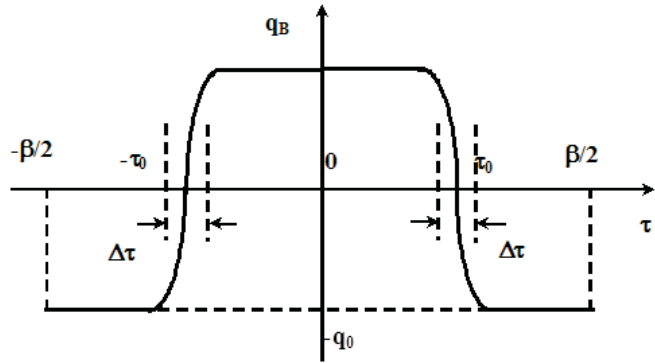


Рис. 4: Траектория инстантона  $q_B(\tau)$ .  $\tau_0$  — центр инстантона,  $\Delta\tau$  — ширина инстантона

Вычисление предэкспоненциального множителя в рассматриваемой модели приводит к результату

$$B = \frac{2\omega_0^2 (q_0 + q_1)^2}{(2\pi\beta)^{1/2}} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \right)^{-1/2}. \quad (11)$$

Рассмотрим (4) с учетом взаимодействия с двумя локальными фоновыми модами ( $\omega_{L1} = \omega_2$  и  $\omega_{L2} = \omega_3$ ). Для упрощения будем предполагать это взаимодействие достаточно малым, т. е.  $\frac{C_\alpha}{\omega_0^2} \ll 1$  и  $\frac{C_\alpha}{\omega_L^2} \ll 1$ . В этом случае  $\zeta_n = \nu_n^2 \sum_{\alpha=2}^N \frac{C_\alpha^2}{\omega_\alpha^2 (\omega_\alpha^2 + \nu_n^2)}$ ,

где  $\nu_n = \frac{2\pi n}{\beta}$ ,  $\beta = \frac{\hbar}{kT}$ ,  $C_\alpha$  — коэффициенты взаимодействия туннелирующей частицы с локальными фононными модами диэлектрической матрицы,  $\zeta_n = \nu_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2(\omega_2^2 + \nu_n^2)} + \nu_n^2 \frac{C_3^2}{\omega_3^2(\omega_3^2 + \nu_n^2)}$ ,  $\sin^2 \nu_n \tau_0 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\nu_n \tau_0)$ .

Окончательно, перенормированное выражение для одномерного квазиклассического инстантонного действия с учетом двух локальных мод диэлектрической матрицы принимает вид (см. Приложение)

$$\begin{aligned}
 \tilde{S}_B = \frac{S_B}{\omega_0 a^2} = & 2(b^* + 1)\tau_0^* - \frac{1}{2\beta^*}(b^* + 1)^2\tau_0^{*2} - \frac{(b^* + 1)^2}{\beta^*} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \beta_0 \omega_0^2 \left( \frac{\beta \omega_0}{4} \right)^2 \frac{2}{3} + \right. \right. \\
 & + 4 \frac{\gamma \omega_0^2 \left( \frac{\beta \omega_0}{4} \right)^2}{\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_1\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right) \right] + 4 \frac{\varphi \omega_0^2 \beta^{*2}}{\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_2\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right) \right] + \\
 & \left. + 4 \frac{\Delta \omega_0^2 \beta^{*2}}{\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_3\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right) \right] \right\} - \\
 & - \frac{1}{2} \left[ \beta_0 \omega_0^2 \left( \frac{\beta \omega_0}{4} \right)^2 \frac{1}{3} \left( 3 \left( \frac{4\pi \tau_0 \omega_0}{\beta \omega_0} \right)^2 - \frac{6\pi^2 \tau_0 \omega_0 4}{\beta \omega_0} + 2\pi^2 \right) + \right. \\
 & + \frac{4\gamma \omega_0^2 \left( \frac{\beta \omega_0}{4} \right)^2}{\pi^2} \left\{ \frac{\omega_0 \pi^2 4}{4\sqrt{x_1}\beta \omega_0} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi \tau_0 \omega_0}{\beta \omega_0} \right) \frac{\sqrt{x_1} 2\beta \omega_0}{\omega_0 \pi 4} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_1}}{\omega_0} \frac{\beta_0 \omega_0}{4} + \frac{\omega_0^2 \pi^2 4}{8x_1 \beta \omega_0} \right\} + \\
 & + \frac{4\varphi \omega_0^2 \beta^{*2}}{\pi^2} \left\{ \frac{\omega_0 \pi^2 4}{4\sqrt{x_2}\beta^*} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi \tau_0^* \omega_0}{\beta^*} \right) \frac{\sqrt{x_2} 2\beta^*}{\omega_0 \pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_2}}{\omega_0} \beta^* + \frac{\omega_0^2 \pi^2}{8x_2 \beta^{*2}} \right\} + \\
 & \left. + \frac{4\Delta \omega_0^2 \beta^{*2}}{\pi^2} \left\{ \frac{\omega_0 \pi^2 4}{4\sqrt{x_3}\beta^*} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi \tau_0^* \omega_0}{\beta^*} \right) \frac{\sqrt{x_3} 2\beta^*}{\omega_0 \pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{2\sqrt{x_3}}{\omega_0} \beta^* + \frac{\omega_0^2 \pi^2}{8x_3 \beta^{*2}} \right\} \right\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

В итоге безразмерный предэкспоненциальный фактор определяется суммами двух типов (см. Приложение):

$$\tilde{B} = \frac{B}{a^2 \omega^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\omega_0^2 \left( \frac{b}{a} + 1 \right)^2}{(2\pi\beta)^{\frac{1}{2}}} \frac{V_1}{(V_2)^{\frac{1}{2}}} \tag{13}$$

Полученная аналитическая формула для вероятности одномерного диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных фононных мод диэлектрической матрицы позволяет исследовать особенности зависимости  $\Gamma(E)$ , что важно для сравнения с экспериментальными туннельными ВАХ.

#### 4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Качественное сравнение теоретической кривой вероятности одномерного диссипативного туннелирования (с учетом влияния двух локальных фононных мод) и экспериментальной ВАХ для полупроводниковых КТ из InAs/GaAs представлено на рис. 5. Из рис. 5 видно, что характерный неэквидистантный спектр пиков на экспериментальных ВАХ и соответствующие пики на теоретической зависимости вероятности одномерного диссипативного туннелирования от напряженности приложенного электрического поля имеют лучшее качественное совпадение, чем это имело место в случае модели, учитывающей влияние только одной локальной фононной моды диэлектри-

ческой матрицы [11].

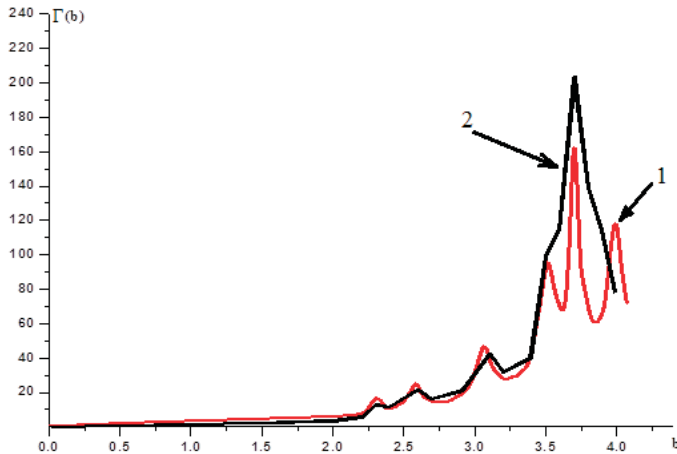


Рис. 5: Сравнение теоретической кривой (1) для вероятности диссипативного туннелирования в модели с учетом влияния двух локальных мод среды с экспериментальной кривой (2)

Таким образом, проведенный анализ продемонстрировал качественное соответствие расчетных кривых для вероятности туннелирования с некоторыми экспериментальными ВАХ в схемах исследования характеристик проводимости отдельных полупроводниковых КТ в системах с совмещенными СТМ/АСМ. Показано, что в туннельных устройствах на КТ с управляемыми характеристиками (туннельных диодах, транзисторах, устройствах одноэлектроники и т. д.) оказы-

вается существенным влияние диэлектрической матрицы на количество, расположение и амплитуды токовых пиков туннельных ВАХ, а также на их устойчивость. Это открывает определенные перспективы для возможного управления формой туннельных ВАХ посредством модулирования параметров диэлектрической матрицы.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что характерный неэквидистантный спектр пиков на экспериментальных ВАХ (для полупроводниковых квантовых точек из InAs/GaAs) и соответствующие пики на теоретической зависимости вероятности одномерного диссипативного туннелирования с учетом влияния двух локальных (протолирующих) фононных мод диэлектрической матрицы от напряженности приложенного электрического поля качественно совпадают гораздо лучше, чем это наблюдалось в модели, учитывающей влияние только одной локальной фононной моды. Результаты работы показывают, что при создании приборов нанoeлектроники нового поколения с управляемыми характеристиками типа резонансных туннельных диодов на основе квантовых точек задачу управляемости можно решать не только через изменение параметров самой квантовой точки (меняя ее форму и размеры), но также существенное влияние оказывает диэлектрическая матрица, в которой квантовая точка находится

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисляется квазиклассическое действие (4) с учетом влияния двух локальных фононных мод диэлектрической матрицы. в результате сумма в последнем слагаемом выражения (4) переписывается в виде  $U = U_1 - U_2$ , где

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\nu_n^2 \left( \nu_n^2 + \omega_0^2 + \nu_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2(\omega_2^2 + \nu_n^2)} \nu_n^2 + \frac{C_3^2}{\omega_3^2(\omega_3^2 + \nu_n^2)} \right)},$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\nu_n^2 \left( \nu_n^2 + \omega_0^2 + \nu_n^2 \frac{C_2^2}{\omega_2^2(\omega_2^2 + \nu_n^2)} \nu_n^2 + \frac{C_3^2}{\omega_3^2(\omega_3^2 + \nu_n^2)} \right)}.$$

(П1)

Перепишем  $U_1$  в виде

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_2^2 \omega_3^2 (\omega_2^2 + \nu_n^2) (\omega_3^2 + \nu_n^2)}{\nu_n^2 [(\nu_n^2 + \omega_0^2) \omega_2^2 \omega_3^2 (\nu_n^2 + \omega_2^2) (\nu_n^2 + \omega_3^2) + \nu_n^2 C_2^2 \omega_3^2 (\nu_n^2 + \omega_3^2) + \nu_n^2 C_3^2 \omega_2^2 (\nu_n^2 + \omega_2^2)]}.$$

Обозначим  $\nu_2^2 = x$  и преобразуем выражение в знаменателе в  $U_1$  следующим образом

$$x [(x + \omega_0^2)\omega_2^2\omega_3^2(x + \omega_2^2)(x + \omega_3^2) + xC_2^2\omega_3^2(x + \omega_3^2) + xC_3^2\omega_2^2(x + \omega_2^2)] = \\ = x\omega_2^2\omega_3^2 \left[ x^3 + x^2 \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2} \right\} + x \left\{ \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_0^2(\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2\omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2\omega_2^2}{\omega_3^2} \right\} + \omega_0^2\omega_2^2\omega_3^2 \right].$$

Введем обозначения:

$$A = \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2},$$

$$B_\omega = \omega_2^2\omega_3^2 + \omega_0^2(\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2\omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2\omega_2^2}{\omega_3^2},$$

$$C = \omega_0^2\omega_2^2\omega_3^2.$$

Тогда выражение в знаменателе  $U_1$  примет вид

$$x\omega_2^2\omega_3^2 [x^3 + Ax^2 + B_\omega x + C] = x\omega_2^2\omega_3^2(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3).$$

Обозначим  $Q = \frac{A^2 - 3B_\omega}{9}$ ;  $R = \frac{2A^3 - 9AB_\omega + 27C}{54}$ ;  $S = Q^3 - R^2$ ;  $\Phi = \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{R}{\sqrt{Q^3}} \right)$ .

Если  $S > 0$ , тогда

$$x_1 = -2\sqrt{Q} \cos(\Phi) - \frac{A}{3},$$

$$x_2 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi + \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3}, \quad (П2)$$

$$x_3 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi - \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3}.$$

И первая сумма в (??) принимает вид

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\omega_2^2\omega_3^2(\omega_2^2 + \nu_n^2)(\omega_3^2 + \nu_n^2)}{\nu_n^2\omega_2^2\omega_3^2(\nu_n^2 - x_1)(\nu_n^2 - x_2)(\nu_n^2 - x_3)}. \quad (П3)$$

Последнее выражение разобьем на простые дроби

$$\frac{\beta_0}{x} + \frac{\gamma}{x - x_1} + \frac{\phi}{x - x_2} + \frac{\Delta}{x - x_3} = \frac{x^2 + x(\omega_2^2 + \omega_3^2) + \omega_2^2\omega_3^2}{x(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)},$$

где

$$\beta_0 = -\frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3}.$$

$$\Delta = \frac{x_3^2}{(x_3 - x_2)(x_1 - x_3)} \left\{ \frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3} \left( \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_2x_3} - 1 \right) + \frac{\omega_2^2 + \omega_3^2}{x_2x_3} - \right. \\ \left. - \frac{1}{x_3} \left( 1 + \frac{\omega_2^2\omega_3^2}{x_1x_2x_3} \left[ \frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_2x_3} + (x_2 + x_3 - x_1) \right] \right) + \frac{(\omega_2^2 + \omega_3^2)(x_2 + x_3)}{x_2x_3} \right\},$$

$$\varphi = \frac{x_2}{x_3(x_2 - x_1)} \left\{ \Delta \frac{x_2}{x_3} (x_1 - x_3) - 1 - \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} (x_2 + x_3 - x_1) - \frac{x_2 + x_3}{x_2 x_3} \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 + \frac{\omega_2^2 \omega_3^2}{x_1 x_2 x_3} (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) \right\} \right\}, \quad (\text{П4})$$

$$\gamma = \frac{1}{x_2 x_3} \left\{ \omega_2^2 + \omega_3^2 - \Delta x_1 x_2 - \varphi x_1 x_3 - \beta_0 (x_2 x_3 + x_1 (x_2 + x_3)) \right\} \quad \nu_n = \frac{2\pi n}{\beta}.$$

В итоге  $U_1$  преобразуется к виду

$$U_1 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\beta_0}{\nu_n^2} + \frac{\gamma}{\nu_n^2 - x_1} + \frac{\varphi}{\nu_n^2 - x_2} + \frac{\Delta}{\nu_n^2 - x_3} \right).$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_0}{\nu_n^2} = \beta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^2}{4\pi^2 n^2} = \beta_0 \frac{\beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \beta_0 \frac{\beta^2}{24},$$

$$x_1 = -2\sqrt{Q} \cos \phi - \frac{A}{3} = -x_{10} = - \left( 2\sqrt{Q} \cos \phi + \frac{A}{3} \right).$$

Если  $x_1 < 0$ :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma}{\nu_n^2 + x_{10}} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2} + x_{10}} = \\ &= \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \frac{x_{10} \beta^2}{4\pi^2}} = \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_1 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} \right) \right]; \quad \tilde{x}_{10}^2 = \frac{x_{10} \beta^2}{4\pi^2}. \end{aligned}$$

$$x_2 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi + \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3} = -x_{20}, \quad \tilde{x}_{20}^2 = \frac{x_{20} \beta^2}{4\pi^2}.$$

$$x_3 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi - \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3} = -x_{30}, \quad \tilde{x}_{30}^2 = \frac{x_{30} \beta^2}{4\pi^2}.$$

Если  $x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$ :

$$U_1 = \frac{1}{2} \left\{ \beta_0 \frac{\beta^2}{24} + \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_1 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} \right) \right] + \frac{\varphi \beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_2 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2} \beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_2} \beta}{2} \right) \right] + \frac{\Delta \beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{2x_3 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3} \beta} \operatorname{ctg} \left( \frac{\sqrt{x_3} \beta}{2} \right) \right] \right\}. \quad (\text{П5})$$

Перейдем к вычислению  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\beta \cos 2\nu_n T_0}{\nu_n^2} + \frac{\gamma \cos 2\nu_n T_0}{\nu_n^2 - x_1} + \frac{\varphi \cos 2\nu_n T_0}{\nu_n^2 - x_2} + \frac{\Delta \cos 2\nu_n T_0}{\nu_n^2 - x_3} \right).$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_0 \cos^2 \frac{2\pi T_0 n}{\beta}}{4\pi^2 n^2} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta^2 \beta_0}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{2\pi T_0}{\beta} n}{n^2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta^2 \beta_0}{4\pi^2} \frac{1}{12} \left( 3 \frac{(4\pi T_0)^2}{\beta} - 6\pi \frac{4\pi T_0}{\beta} + 2\pi^2 \right) \right] + \frac{1}{2} \gamma \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi T_0 n}{\beta}}{4\pi^2 n^2 - \beta^2} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta^2 \gamma}{4\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{4\pi T_0}{\beta} n}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} \right] = \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta^2 \gamma}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} + \frac{2\pi^2}{x_1 \beta^2} \right\} \right]. \end{aligned}$$

При  $x_1, x_2, x_3 > 0$   $U_2$  принимает следующий вид

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\beta_0 \beta^2}{48} \left( 3 \frac{(4\pi T_0)^2}{\beta} - \frac{24\pi^2 T_0}{\beta} + 2\pi^2 \right) + \frac{\gamma \beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} \right\} + \right. \\ &+ \frac{\varphi \beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2} \beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2} \beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_2} \beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_2 \beta^2} \right\} + \\ &\left. + \frac{\Delta \beta^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3} \beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi T_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3} \beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_3} \beta}{2} - \frac{2\pi^2}{x_3 \beta^2} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П6})$$

Квазиклассическое действие с учетом двух промотирующих мод сводится к выражению вида

$$S_B = 2\omega_0^2(a+b)a\tau_0 - \frac{2}{\beta}\omega_0^2(a+b)^2\tau_0^2 - \frac{4}{\beta}\omega_0^4(a+b)^2\{U_1 + U_2\},$$

где

$$\tau_0 = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[ \frac{b-a}{b+a} \operatorname{sh} \frac{\omega_0 \beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4} = \frac{1}{2\omega_0} \operatorname{Arcsh} \left[ \frac{\frac{b}{a} - 1}{\frac{b}{a} + 1} \operatorname{sh} \frac{\omega_0 \beta}{4} \right] + \frac{\beta}{4}$$

или

$$\tau_0^* = \tau_0 \omega_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Arcsh} \left[ \frac{b^* - 1}{b^* + 1} \operatorname{sh} \beta^* \right] + \beta^*; \quad \tau_0^* = \tau \omega_0; \quad \beta^* = \frac{\omega_0 \beta}{4}.$$

Перейдем к вычислению предэкспоненциального фактора  $B$  с учетом двух промотирующих фононных мод:

$$B = \frac{2\omega_0^2(a+b)^2}{(2\pi\beta)^{\frac{1}{2}}} \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}}}{\left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{П7})$$

где

$$\lambda_{0n} = \nu_n^2 + \omega_0^2 + \zeta_n; \quad x = \nu_n^2$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\nu_n \tau_0)}{\nu_n^2 + \omega_0^2 + \frac{\nu_n^2 C_2^2}{\omega_2^2(\omega_2^2 + \nu_n^2)} + \frac{\nu_n^2 C_3^2}{\omega_3^2(\omega_3^2 + \nu_n^2)}} =$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos 2\nu_n \tau_0) \omega_2^2 (\omega_2^2 + \nu_n^2) \omega_3^2 (\omega_3^2 + \nu_n^2)}{(\omega_0^2 + \nu_n^2) \omega_2^2 (\omega_2^2 + \nu_n^2) \omega_3^2 (\omega_3^2 + \nu_n^2) + \nu_n^2 C_2^2 \omega_3^2 (\omega_3^2 + \nu_n^2) + \nu_n^2 C_3^2 \omega_2^2 (\omega_2^2 + \nu_n^2)} = \quad (\text{П8}) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos 2\nu_n \tau_0) (\omega_2^2 + \nu_n^2) (\omega_3^2 + \nu_n^2)}{x^3 + Ax^2 + Bx + C}.
 \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$A = \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_0^2 + \frac{C_2^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2}{\omega_3^2},$$

$$B_\omega = \omega_2^2 \omega_3^2 + \omega_0^2 (\omega_2^2 + \omega_3^2) + \frac{C_2^2 \omega_3^2}{\omega_2^2} + \frac{C_3^2 \omega_2^2}{\omega_3^2},$$

$$C = \omega_0^2 \omega_2^2 \omega_3^2,$$

обозначим также

$$Q = \frac{A^2 - 3B_\omega}{9}; \quad R = \frac{2A^3 - 9AB_\omega + 27C}{54}; \quad S = Q^3 - R^2; \quad \Phi = \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{R}{\sqrt{Q^3}} \right).$$

При  $S > 0$

$$x_1 = -2\sqrt{Q} \cos(\Phi) - \frac{A}{3},$$

$$x_2 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi + \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3},$$

$$x_3 = -2\sqrt{Q} \cos \left( \Phi - \frac{2}{3}\pi \right) - \frac{A}{3}.$$

Разложим знаменатель соотношения (14)

$$\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\omega_2^2 + \nu_n^2)(\omega_3^2 + \nu_n^2)}{(\nu_n^2 - x_1)(\nu_n^2 - x_2)(\nu_n^2 - x_3)} = \frac{D}{\nu_n^2 - x_1} + \frac{E}{\nu_n^2 - x_2} + \frac{F}{\nu_n^2 - x_3}$$

где

$$E = \frac{\omega_2^2 + \omega_3^2 + x_2 + x_3 + F(x_1 - x_3)}{x_2 - x_1}; \quad D = -\frac{\omega_2^2 + \omega_3^2 + E(x_1 + x_3) + F(x_1 + x_2)}{x_2 + x_3}.$$

$$F = \frac{(\omega_2^2 + \omega_3^2 + x_2 + x_3) [x_2 x_3 (x_1 + x_3) - x_1 x_3 (x_2 + x_3)] + (x_2 - x_1) [(x_2 + x_3) \omega_2^2 \omega_3^2 + x_2 x_3 (\omega_2^2 + \omega_3^2)]}{(x_2 - x_1) [x_1 x_2 (x_2 + x_3) - x_2 x_3 (x_1 + x_2)] - (x_1 - x_3) [x_2 x_3 (x_1 + x_3) - x_1 x_3 (x_2 + x_3)]},$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{D}{\nu_n^2 - x_1} = \frac{D}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{4\pi^2 n^2}{\beta^2} - x_1} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} \right].$$

При  $x_1 > 0$ :

$$\frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \frac{x_1 \beta^2}{4\pi^2}} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1 \beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_1 \beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1} \beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_1} \beta}{2} \right\} \right]$$

и

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = -\frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1\beta^2} \right\} \right] \quad (\text{П9})$$

$$\begin{aligned} V_1 = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{10}\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_1}\beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} \right\} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{20}\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_2}\beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} \right\} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{2\pi^2}{x_{30}\beta^2} - \frac{\pi^2}{\sqrt{x_3}\beta} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} \right\} \right] - \\ & - \frac{1}{2} \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_1\beta^2} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{x_1\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1\beta^2} \right\} \right] - \\ & - \frac{1}{2} \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_2\beta^2} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{x_2\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_2\beta^2} \right\} \right] - \\ & - \frac{1}{2} \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_3\beta^2} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{x_3\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_3\beta^2} \right\} \right] \\ V_2 = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2\nu_n \tau_0}{\lambda_{0n}} = \frac{D\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_1\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_1\beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_1}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_1\beta^2} \right\} \right] + \\ & + \frac{E\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_2\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_2\beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_2}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_2\beta^2} \right\} \right] + \\ & + \frac{F\beta^2}{4\pi^2} \left[ -\frac{4\pi^2}{x_3\beta^2} + 2 \left\{ -\frac{\pi^2}{x_3\beta} \cos \left[ \left( \pi - \frac{4\pi\tau_0}{\beta} \right) \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2\pi} \right] \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{x_3}\beta}{2} + \frac{2\pi^2}{x_3\beta^2} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П10})$$

[1] *Имри Й.* Введение в мезоскопическую физику. (М.: Физматлит, 2002) 304 с.  
 [2] *Caldeira A. O., Leggett A. J.* Influence of dissipation on quantum tunneling in macroscopic systems. *Phys. Rev. Lett.* **46**, N 4. P. 211–214 (1981).  
 [3] *Ларкин А. И., Обвинников Ю. Н.* Квантовое туннелирование с диссипацией. Письма в ЖЭТФ **37**, №7. С. 322–325 (1983)  
 [4] *Ларкин А. И., Обвинников Ю. Н.* Влияние квантования уровней на время жизни метастабильных состояний. ЖЭТФ. **91**, №1 С. 318–325 (1986).  
 [5] *Гантмахер В. Ф., Фейгельман М. В.* Встречи в мезо-

скопической области. (Мезоскопические и сильнокоррелированные электронные системы. «Черноголовка-97» УФН. **168**, №2. С. 113-116 (1998).  
 [6] *Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В.* Квантовая механика и макроскопические эффекты. (М.: изд-во МГУ, 1993) 198 С.  
 [7] *Арынгазин А. К., Жуковский В. Ч., Кривчик В. Д., Обвинников А. А., и др.* Введение в современную мезоскопию (П.: изд-во ПГУ, 2003) 570 с.  
 [8] *Transfer processes in low-dimensional systems: Сб. статей (Под ред. Арынгазина А. К., Кривчика В. Д., Кривнова В. Я., Семенова М. Б., К. Yamamoto UT*

- Research Institute Press, Tokyo, Japan, 2005) 690 p.
- [9] Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах. (Под ред. Э. Леггета, А.К. Арынгазина, М.Б. Семенова, В.Д. Кревчика, Ю.Н. Овчинникова, К. Ямамото и др. М.: Физматлит, 2011–2012).
- [10] Бородин П. А., Бухараев А. А., Филатов Д. О., Воронцов Д. А., Лапшина М. А. Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. № 9. С. 71–75 (2009).
- [11] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Зайцев Р. В., Козенко С. Е., Манухина М. А. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 2(22). С. 119–135 (2012).
- [12] Дахновский Ю. И., Овчинников А. А., Семенов М. Б. ЖЭТФ. **92**, вып. 3. С. 955–967 (1987); *Dahnovsky Yu. I., Semenov M. B.* J. of Chem. Phys. **91**, N 12, P. 7606–7611 (1989).
- [13] *Aringazin A. K., Dahnovsky Yu. I., Krevchik V. D., Semenov M. B., Ovchinnikov A. A., Yamamoto K.* Phys. Rev. B. **68**. P. 155426-1–155426-12 (2003); *Aringazin A. K., Dahnovsky Yu. I., Krevchik V. D., Semenov M. B., Ovchinnikov A. A., Veremyev V. A. and Yamamoto K.* Hadronic Journal **27**, N 2, P. 115–150 (2004).
- [14] *Venkatesan A., Lulla K. J., Patton M. J., Armour A. D., Mellor C. J., and Owers-Bradley J. R.*, School of Physics and Astronomy, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, United Kingdom, arXiv:0912.1281v1 [cond-mat.mes-hall] 7 Dec (2009).
- [15] *Bomze Yu., Mebrahtu H., Borzenets I., Makarovskii A., and Finkelstein G.* Department of Physics, Duke University, Durham, NC 27708, arXiv:1010.1527v1 [cond-mat.mes-hall] 7 Oct (2010).
- [16] *David K. Ferry, Stephen M. Goodnick, Jonathan Bird* Transport in Nanostructures <http://www.cambridge.org/9780521877480>
- [17] *Luis G. G. V. Dias da Silva, Dagotto Elbio* Phys. Rev. B. **79**, 155302 (2009).
- [18] *Grodecka A., Machnikowski P., Forstner J.* arXiv:0803.1734v2 [cond-mat.mes-hall] 27 Apr (2009).
- [19] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Зайцев Р. В., Ямамото К., Арынгазин А. К., Кревчик П. В. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 1. С. 159–180 (2013).
- [20] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Смирнов Ю. Г., Зайцев Р. В., Рудин В. А., Кревчик П. В., Манухина М. А., Козенко С. Е. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 4. С. 127–141. (2011).
- [21] Кревчик В. Д., Калинин Е. Н., Гаврина З. А. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 2. С. 131–140. (2011).
- [22] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Смирнов Ю. Г., Зайцев Р. В., Рудин В. А., Кревчик П. В., Гаврина З. А. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 1. С. 140–153. (2011).
- [23] Кревчик В. Д., Калинина А. В., Калинин Е. Н., Семенов М. Б. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 3. С. 91–109. (2011).
- [24] Жуковский В. Ч., Горшков О. Н., Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Грозная Е. В., Филатов Д. О., Антонов Д. А. Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. № 1. С. 27; *Zhukovskii V. C., Gorshkov O. N., Filatov D. O., Antonov D. A., Krevchik V. D., Semenov M. B., Groznaya E. V.* Moscow University Physics Bulletin. **64**, № 1. С. 27–32. (2009).
- [25] Жуковский В. Ч., Дахновский Ю. И., Горшков О. Н., Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Смирнов Ю. Г., Чупрунов Е. В., Рудин В. А., Скибицкая Н. Ю., Кревчик П. В., Филатов Д. О., Антонов Д. А., Лапшина М. А., Ямамото К., Шенина М. Е. Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. № 5. С. 3–5. (2009); *Zhukovskii V. C., Gorshkov O. N., Chuprunov E. V., Filatov D. O., Antonov D. A., Lapshina M. A., Krevchik V. D., Semenov M. B., Smirnov Y. G., Rudin V. A., Skibitskaya N. Y., Krevchik P. V., Dahnovskii Y. I., Yamamoto K., Shenina M. E.* Moscow University Physics Bulletin. **64**. № 5. С. 475–479. (2009).
- [26] *Zhukovskii V. C., Krevchik V. D., Semenov M. B., Smirnov Y. G., Krevchik P. V., Gubina S. A.* Moscow University Physics Bulletin. **64**, № 6. С. 579–584. (2009).
- [27] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Смирнов Ю. Г., Грозная Е. В., Кревчик П. В. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 1. С. 145–155. (2009).
- [28] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Разумов А. В., Гаврина З. А., Кревчик П. В. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 4. С. 147–156. (2009).
- [29] Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Черепанова Н. Ю. Нанотехника. № 14. С. 87–94. (2008).
- [30] Жуковский В. Ч., Дахновский Ю. И., Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Майоров В. Г., Кудряшов Е. И., Щербакоева Е. В., Ямамото К. Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. № 2. С. 10–14. (2007).
- [31] Жуковский В. Ч., Дахновский Ю. И., Кревчик В. Д., Семенов М. Б., Майоров В. Г., Кудряшов Е. И., Ямамото К. Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. № 3. С. 24–27. (2006).
- [32] *Aringazin A. K., Dahnovsky Yu., Krevchik V. D., Semenov M. B., Ovchinnikov A. A., Yamamoto K.* Phys. Rev. B: Condensed Matter and Materials Physics. **68**, N 15. P. 1554261-15542612. (2003).
- [33] Кревчик В. Д., Грунин А. Б., Зайцев Р. В. Физика и техника полупроводников. **36**. № 10. С. 1225. (2002); *Krevchik V. D., Grunin A. B., Zaitsev R. V.* Semiconductors. **36**, N 10. P. 1146–1153. (2002).
- [34] Кревчик В. Д., Левашов А. В. Физика и техника полупроводников. **36**. С. 216. (2002); *Krevchik V. D., Levashov A. V.* Semiconductors. **36**, N 2. С. 208–212 (2002).
- [35] *Krevchik V. D., Zaitsev R. V.* Physics of the Solid State. **43**, N 3. P. 522–526. (2001).
- [36] Кревчик В. Д., Зайцев Р. В., Евстифеев В. В. Физика и техника полупроводников. **34**, № 10. С. 1244 (2000); *Krevchik V. D., Evstifeev V. V., Zaitsev R. V.* Semiconductors. **34**, N 10. P. 1193–1198. (2000).
- [37] *Zaveryukhin B. N., Krevchik V. D., Muminov R. A., Shamagdiev A. Sh.* Физика и техника полупроводников. **20**. С. 525. (1986).
- [38] *Kaminski A., Glazman L. I.* Mesoscopic fluctuations of tunneling through double quantum dots. <http://www.arxiv.org/cond-mat/9810237>
- [39] *Raimondi R., Schwab P.* Superlattices and

- Microstructures. **25**. P.1141 (1999).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/9812302>
- [40] Cardamone D.M., Stafford C.A., Barrett B.R. Phys. Stat. Sol. (B). **230** P.419 (2002).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0206294>
- [41] Kuzmenko Tetyana, Kikoin Konstantin, Avishai Yshai. Phys. Rev. Lett. **89**. P.156602. (2002).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0206050>
- [42] Vorrath T., Brandes T. Phys. Rev. B. **68**. P.035309. (2003).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0305439>
- [43] Ota T., Ono K., Stopa M., Hatano T., Tarucha S., Song H.Z., Nakata Y., Miyazawa T., Ohshima T., Yokoyama N. Phys. Rev. Lett. **93**. P.066801 (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0405545>
- [44] Bing Dong, Ivana Djuric, Cui H.L., Lei X.L. J. Phys.: Cond. Matter **16**. P.4303 (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0403741>
- [45] Villas-Boas J.M., Sergio Ulloa E., Studart Nelson. Phys. Rev. B. **70**. P.041302(R) (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0403447>
- [46] Villas-Boas J.M., Govorov A.O., Sergio Ulloa E. Phys. Rev. B. **69**. P.125342 (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0403445>
- [47] Nauen A., Hohls F., Maire N., Pierz K., Haug R.J. Shot noise in tunneling through a single quantum dot.  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0403108>
- [48] Bing Dong, Cui H.L., Lei X.L. Phys. Rev. B. **69**. P.205315. (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0402684>
- [49] Sprekeker H., Kiesslich G., Wacker A., Schoell E. Phys. Rev. B. **69**. P.125328 (2004).  
<http://www.arxiv.org/cond-mat/0309696>

## Influence of dielectric matrix on the dissipative tunnel transfer in semiconductive quantum dots

V.Ch. Zhukovsky<sup>1</sup>, V.D. Krevchik<sup>2</sup>, M.B. Semenov<sup>2</sup>, R.V. Zaitsev<sup>2</sup>, I.A. Egorov<sup>2</sup>, P.V. Krevchik<sup>2</sup>, A.K. Aringazin<sup>3</sup>, K. Yamamoto<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Department of theoretical physics, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia.

<sup>2</sup>Penza State University of Russia, 440026, Krasnaya str. 40, Penza, Russia.

<sup>3</sup>Institute for Basic Research, Eurasian National University, Astana, Kazakhstan.

<sup>4</sup>Research Institute, International medical Center Japan, Tokyo, Japan.

E-mail: physics@pnzgu.ru

A model of one-dimensional dissipative tunneling to interpret the features of tunneling current-voltage characteristics obtained in the experiment for the visualization of the local density of states in quantum dots InAs / GaAs by a combined AFM / STM has been supposed. It was found that the influence of two local modes of the wide-band matrix on the probability of one-dimensional dissipative tunneling leads to the appearance of several randomly spaced peaks in the relevant field dependence. It is shown that the theoretical dependence for the tunnel probability agrees qualitatively with the experimental current-voltage characteristics of contact AFM probe to the surface of the InAs QDs.

PACS: 73.21.La, 73.22.-f.

Keywords: quantum tunneling with dissipation, quantum dots, tunnel VAC.

Received 10.06.2013.

### Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — докт. физ.-мат. наук, зам. зав. кафедрой теоретической физики физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, e-mail: vlchzh@gmail.com.
2. Кревчик Владимир Дмитриевич — докт. физ.-мат. наук, декан физико-математического факультета Пензенского государственного университета, e-mail: physics@pnzgu.ru.
3. Семенов Михаил Борисович — докт. физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» физико-математического факультета Пензенского государственного университета, e-mail: physics@pnzgu.ru.
4. Зайцев Роман Владимирович — канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» физико-математического факультета Пензенского государственного университета, e-mail: physics@pnzgu.ru.
5. Егоров Илья Андреевич — студент кафедры «Физика» физико-математического факультета Пензенского государственного университета, e-mail: hawk.sayman@gmail.com.
6. Кревчик Павел Владимирович — студент кафедры «Физика» физико-математического факультета Пензенского государственного университета, e-mail: physics@pnzgu.ru.
7. Арингазин Аскар Канапьевич — докт. физ.-мат. наук, директор института фундаментальных исследований при Евразийском национальном университете им. Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан, e-mail: aringazin@gmail.com.
8. Кенджи Ямамото — профессор, директор исследовательского института при международном медицинском центре, г. Токио, Япония, e-mail: backenken@gmail.com.